PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1920. Redaktionsschluß für No. 8 am 1. April 1920. 21. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

C. Bergholm u. V. Björnstähl, Elektrische Doppelbrechung in Kolloiden. S. 137.

H. Bongards, Radioaktive Zerfallsprodukte in der freien Atmosphäre und die Wahrscheinlichkeit ihrer Herkunft von der Sonne. S. 141.

O. Grotrian, Beiträge zur geometrischen Verzeichnung von Niveauflächen. S. 145.

W. E. Pauli u. J. Grober, Über den Einfluß normaler Kathodenstrahlen auf das lebende Gewebe. S. 148.

R. Plank, Über Abkühlung von Gasen durch Leistung innerer und äußerer Arbeit. S. 150.

L. Schames, Elektronenring-Modell und elektrisches Moment einiger Dipolmoleküle. S. 156.

L. Schames, Bemerkung zur Ableitung der chemischen Konstanten mehratomiger Gase aus dem Planckschen Wahrscheinlichkeitsbegriff. S. 158.

O. Meißner, Kolorimetrische Untersuchungen. V. S. 159.

K. Fehrle, Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente. S. 162.

Besprechungen:

O. Lehmann, Die Lehre von den flüssigen Kristalien und ihre Beziehung zu den Problemen der Biologie. S. 166.

K. Fajans, Radioaktivität und die neueste Entwicklung der Lehre von den chemischen Elementen. S. 167.

J. Peters, Siebenstellige Werte der trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Grades. S. 167.

Briefkasten:

Wie groß ist der Mond? (Stefan Meyer.) S. 168.

Personalien. S. 168.

Angebote. S. 168.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektrische Doppelbrechung in Kolloiden.

Von C. Bergholm und V. Björnstähl.

Daß gewisse Kolloide unter der Einwirkung eines Magnetfeldes doppelbrechend werden, ist seit den Untersuchungen von Majorana[1]) über kolloidales Eisenoxyd bekannt. Ähnliche Wahrnehmungen haben Dießelhorst und Freundlich[2]) betreffend Vanadinpentoxydsol gemacht. Dieselben haben auch die Doppelbrechung in der strömenden Flüssigkeit untersucht[3]). Infolge der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen benachbarten Stromschichten ordnen sich die Partikel so, daß ihre Längsachsen in Richtung der Strömungslinien liegen. Eine Flüssigkeitsschicht wirkt somit wie eine einachsige Kristallplatte, deren Achse in Richtung der Partikelachsen liegt. Dießelhorst und Freundlich konstatierten auch, daß V_2O_5-Sol in einem elektrischen Felde doppelbrechend wurde. Zwei Platinbleche wurden parallel zueinander in ein Gefäß mit V_2O_5-Sol eingesetzt. Das Gefäß befand sich zwischen zwei gekreuzten Nicols. Wenn die Spannung angelegt wurde, leuchtete das Gesichtsfeld auf. Bei den Gold- und Silbersolen, welche sie untersuchten, fanden sie keinen Effekt.

Dießelhorst und Freundlich haben sich darauf beschränkt, die Doppelbrechung in V_2O_5-Solen qualitativ zu konstatieren. Im folgenden wollen wir über einige Messungen bezüglich der Abhängigkeit der Phasendifferenz und des Amplitudeneffekts vom elektrischen Felde in V_2O_5- und Au-Solen berichten. Es hat sich nämlich gezeigt, daß auch Goldsole, welche nach Dießelhorst und Freundlich Partikel mit sphärischer Symmetrie haben sollen, in einem elektrischen Felde doppelbrechend werden. Betreffend Silbersolen haben wir nur konstatiert, daß sie ebenfalls diese transversale elektrische Doppelbrechung zeigen.

Versuchsanordnung.

Um die Phasenverschiebung in V_2O_5-Solen zu messen, wurde zuerst ein Babinetscher Kompensator verwendet, welcher jedoch zum Messen der in Frage kommenden kleinen Effekte nicht genügend empfindlich war und deshalb durch eine von Stokes[1]) angegebene Anordnung ersetzt wurde. Diese Methode konnte wohl eine Vorstellung von der Größe der Phasendifferenz geben; zum Messen war sie jedoch nicht geeignet. Die schließliche Versuchsanordnung, nach Brace[2]), geht aus Fig. 1 hervor. Die

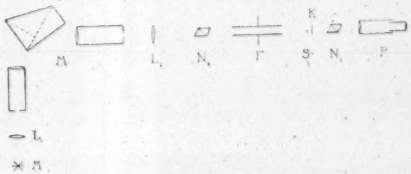


Fig. 1.

1) M. Majorana, C. R. 135, 159. 1902.
2) H. Dießelhorst u. H. Freundlich, Elster-Geitel-Festschrift 1915.
3) H. Dießelhorst u. H. Freundlich, diese Zeitschr. 16, 419. 1915; 17, 117. 1916.

1) C. G. Stokes, Phil. Mag. 4, 422. 1851.
2) D. B. Brace, Phil. Mag. 7, 317. 1904.

Linse L_1 wirft ein Bild des Lichtbogens A auf den einen Spalt des Monochromators. Die durch den anderen Spalt austretenden Strahlen — Spektralgebiet 20 $\mu\mu$ — gehen durch die Linse L_2, den Polarisator N_1, die Kerrzelle F, den empfindlichen Streifen S, den Kompensator K, den Analysator N_2 und das Fernrohr P. Die beiden Nicols sind gekreuzt, und ihre Hauptschnitte bilden mit den Kondensatorplatten der Kerrzelle einen Winkel von 45°. Der empfindliche Streifen ist in 45° Azimut im Verhältnis zum Hauptschnitt der Nicols eingeführt. Man stellt so ein, daß der empfindliche Streifen verschwindet und liest das Azimut des Kompensators vor und nach der Einschaltung des Feldes ab. Die Phasendifferenz Δ ist abhängig von dem Drehungswinkel Θ gemäß der Formel

$$\operatorname{tg} \Delta = 2 \cos (2\varphi_0 - \Theta) \sin \Theta \sin \delta,$$

wo δ die Phasendifferenz des Kompensators und φ_0 eine Konstante ist.

Zur Bestimmung des Amplitudeneffekts wurde die Kerrzelle drehbar für sich und drehbar zusammen mit dem Polarisator angeordnet. Eine Glimmerplatte, welche eine Phasendifferenz von $^1/_4$ Wellenlänge des benutzten Lichtes verursachte, wurde im 0° Azimut zwischen die Kerrzelle und den empfindlichen Streifen eingeführt. Durch gleichzeitige Drehung des Polarisators und der Kerrzelle bis zum Verschwinden des empfindlichen Streifens kann man das Amplitudenverhältnis bestimmen. Betreffend der Ableitung der Formeln und der Konstruktion und Justierung der Apparate wird auf C. Bergholm, Doppelbrechung in kathodenzerstäubten Metallschichten, Uppsala Universitets Årsskrift 1, 1915, verwiesen.

Das Aussehen der Kerrzelle geht aus Fig. 2 hervor. Dieselbe wurde aus einer vergoldeten

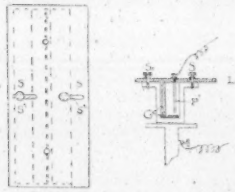


Fig. 2.

Messingrinne, auf deren kurze Seiten Deckgläser mit einer Mischung von Guttapercha und Pech festgekittet wurden, hergestellt. Die vergoldete Messingplatte P ist mittels zweier Schrauben mit dem Glasdeckel L fest verbunden. Dieser ist mit länglichen Nuten versehen, so daß er in seitlicher Richtung verschoben werden kann. Auf dem Boden und an einer Seite der Zelle wurden die Glasplatten G festgekittet. Die Länge der Zelle, welche zum Messen des Goldsols angewendet wurde, war 10,04 cm und die Länge der inneren Platte 9,92 cm. Für die Messungen an V_2O_5 Sol wurde eine Zelle von gleicher Konstruktion, jedoch mit den entsprechenden Dimensionen von 1,52 und 1,39 cm verwendet.

Als Stromquellen wurden ein Wechselstromgenerator von 50 Perioden und eine Hochfrequenzsirene von Siemens & Halske verwendet.

Die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden der Kerrzelle wurde mit einem Elektrometer nach Bjerknes[1]) bestimmt. Ein rechteckiges Aluminiumblättchen ist mittels eines Quarzfadens zwischen zwei vertikalen Metallplatten im 45° Azimut aufgehängt. Das Aluminiumblättchen trägt unten einen kleinen Spiegel und zwecks Erhöhung der Dämpfung ein Glimmerblättchen. Das Instrument wurde durch Vergleich mit einem Multizellularquadrantelektrometer gradiert.

Das V_2O_5-Sol wurde nach den Angaben von Biltz[2]) hergestellt. Ammoniumvanadat wird mittels verdünnter Salzsäure zersetzt, V_2O_5 bleibt als ein rotbraunes Pulver zurück. Dieses wird durch wiederholte Zentrifugierung mit kaltem Wasser ausgewaschen. Wenn das Waschwasser farbig zu werden beginnt, wird das übrigbleibende Pulver mit Wasser zugesetzt. Nach Ausfällung mit Kochsalz und Peptisation wurde das Sol ungefähr 3 Monate aufbewahrt, ehe es für Messungen angewendet wurde.

Das Goldsol wurde nach Zsigmondys Methode[3]) durch Reduktion von Goldchlorid ($HAuCl_4$) mit Wasserstoffsuperoxyd unter Zusatz von Keimen gewonnen. Das Sol wurde dann mit besonders reinem Wasser verdünnt. Die Mehrzahl der Bestimmungen ist mit einem Sol, dessen Teilchendurchmesser ungefähr 100 $\mu\mu$ war, gemacht worden. Das Sol war nicht ganz gleichförmig.

Messungen.

Messungen wurden zuerst mit V_2O_5-Sol vorgenommen. Es zeigte sich, daß die Doppelbrechung bei jedem Stromdurchgang vermindert wurde, auch wenn dieser nur einige Sekunden währte. Dies beruht wahrscheinlich darauf, daß das Kolloid koaguliert, denn wir bemerkten dieselbe Erscheinung, wenn dem Sole einige Tropfen verdünnter Elektrolyt zugefügt wurden.

1) W. F. K. Bjerknes, Wied. Ann. 48, 594, 1893.
2) W. Biltz, Ber. d. D. chem. Ges. 37, 1098, 1906.
3) R. Zsigmondy, Zeitschr. f. phys. Chem. 56, 65, 1906.

Um sichere Werte zu erhalten, erneuten wir für jede Messung das Sol. Auch das *Au*-Sol zeigte den genannten Effekt, wenn auch nicht in so hohem Grade.

Daß die Kolloide im elektrischen Felde doppelbrechend werden, beruht wahrscheinlich darauf, daß sich die unsymmetrisch gebauten Partikel orientieren. Als Stütze für diese Auffassung kann angeführt werden, daß sowohl *Au*- und V_2O_5-Sol, als auch *Ag*-Sol eine remanente Doppelbrechung* zeigen. Die Doppelbrechung verschwindet nicht unmittelbar mit dem elektrischen Felde und sie erreicht ihren Maximalwert nicht im Moment des Stromschlusses.

Es ist möglich, daß auch die folgende Erscheinung für die Orientierungshypothese spricht. Die Doppelbrechung in einem *Au*-Sol ändert sich nämlich mit der Frequenz. Bei ungefähr 400 Volt/cm war die Phasendifferenz bei 3000 Perioden um 35 Proz. größer als bei 50 Perioden. Nimmt man an, daß sich die Partikel orientieren, so muß die Orientierung somit auf mindestens zwei Faktoren beruhen. Sind die Partikel unsymmetrisch, so wird jedes von diesen im elektrischen Felde ein Polpaar. Das Drehmoment, welches auf dieses wirkt, ist unabhängig von der Richtung des Feldes. Die Partikel streben danach, sich in der Richtung der elektrischen Kraftlinien einzustellen. Die andere Ursache der Orientierung kann darauf beruhen, daß die Partikel elektrisch geladen sind und deshalb im Wechselfelde hin und her schwingen. Das Bestreben der Partikel, sich durch diese Bewegung zu orientieren, ist bei niedriger Frequenz größer als bei höherer.

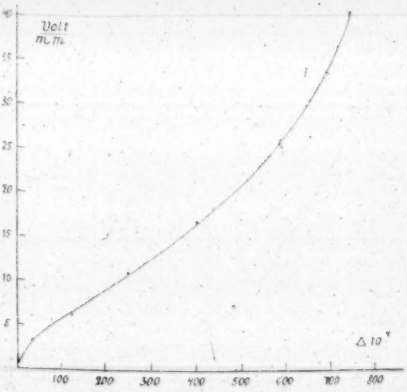


Fig. 3.

Bei elektrischer Doppelbrechung in Flüssigkeiten wächst, wie bekannt, die Phasendifferenz mit dem Quadrat der Feldstärke. Die Abhängigkeit der Phasendifferenz von der Feldstärke in einem *Au*-Sol geht aus Fig. 3 hervor. Die Feldstärke ist als Ordinate und die Phasendifferenz als Abszisse eingetragen. Die Figur zeigt, daß die Doppelbrechung bei der kleinen Feldstärke von 400 Volt/cm sich bereits einem Grenzwerte nähert. Dies kann nur bedeuten, daß die unsymmetrisch gebauten Goldpartikelchen parallelgerichtet sind, und daß diese Parallelrichtung bereits in einem sehr schwachen Felde geschieht.

Die Abhängigkeit der Phasendifferenz von der Feldstärke in einem V_2O_2-Sol geht aus der ausgezogenen Kurve in Fig. 4 hervor. Würde die Doppelbrechung proportional dem Quadrat

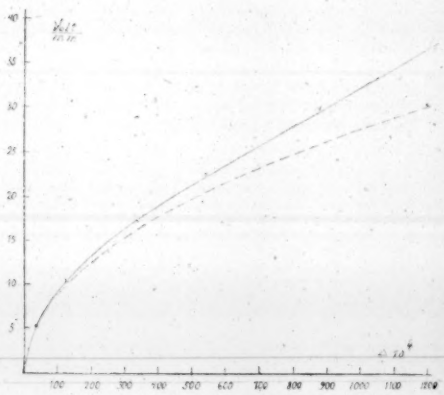


Fig. 4.

der Feldstärke wachsen, so würde man die punktierte Kurve (eine Parabel) erhalten. Da die experimentell gefundene Kurve über der punktierten liegt, so bedeutet das, daß die Doppelbrechung in V_2O_5-Sole langsamer wächst als mit dem Quadrate der Feldstärke. Es ist wahrscheinlich, daß sich die Doppelbrechung bei genügend hoher Spannung auch in diesem Falle einem Grenzwerte nähert.

Betreffend der elektrischen Doppelbrechung in Flüssigkeiten weiß man, daß das Zeichen der Phasendifferenz mit der Absorption verknüpft ist. Dasselbe scheint für die Doppelbrechung in Kolloiden zu gelten. Das feste Vanadinpentoxyd hat sein Absorptionsgebiet im Ultraviolett. Die Doppelbrechung in einem V_2O_5-Sole ist positiv, d. h. sie erscheint wie die Doppelbrechung in

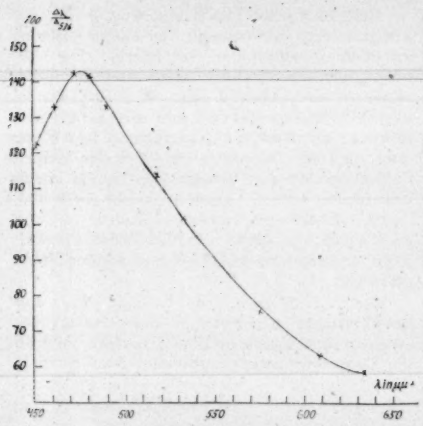


Fig. 5.

einer sich in der Richtung der Kraftlinien erstreckenden Glasplatte. Gold absorbiert die roten Strahlen sehr stark. Das *Au*-Sol ist negativ doppelbrechend.

Die Dispersion der Doppelbrechung in *Au*- und V_2O_5-Solen ist sehr groß. Da es vorher niemals möglich gewesen war, die Phasendifferenz für elektrische Doppelbrechung innerhalb oder in unmittelbarer Nähe eines Absorptionsgebietes zu bestimmen, ist die Abhängigkeit der Phasendifferenz von der Wellenlänge in *Au*- und V_2O_5-Solen besonders interessant. Die Abhängigkeit der Phasendifferenz von der Wellenlänge für V_2O_5-Sol geht aus Fig. 5 hervor. Die Wellenlänge ist als Abszisse und das Verhältnis $100\ \frac{\Delta_\lambda}{\Delta_{536}}$ als Ordinate eingetragen. Δ_λ bedeutet die Phasendifferenz für die Wellenlänge λ. Aus der Figur sieht man, daß die Phasendifferenz zuerst mit abnehmender Wellenlänge wächst, bei ungefähr 475 $\mu\mu$ ein Maximum erreicht, um dann sehr schnell wieder abzunehmen. Die Absorptionskurve für V_2O_5 ist nicht bekannt. Messungen, ausgeführt an V_2O_5-Sol zeigten, daß das Absorptionsgebiet für dieses bei ungefähr 490 $\mu\mu$ begann. Innerhalb des Absorptionsgebietes scheint sich die Doppelbrechung also Null zu nähern.

Die Dispersion der Doppelbrechung im *Au*-Sol geht aus Fig. 6 hervor. Die Phasendifferenz ist am größten für $\lambda = 590$ $\mu\mu$ und am kleinsten für $\lambda = 480$ $\mu\mu$.

Au- und V_2O_5-Sole sind dichroitisch, d. h. die Amplitude für das durch das Sol gegangene Licht hat parallel und rechtwinklig zu den Kraftlinien verschiedene Werte. Nennen wir die Amplitude der rechtwinklig zu den Kraftlinien liegenden Komponente $a_\perp$, und die der parallel liegenden $a_\parallel$, so wird der Dichroismus durch den Bruch

$$\frac{a_\parallel}{a_\perp} = \varrho$$

bestimmt. Für V_2O_5-Sol ist $\varrho < 1$. Die den Kraftlinien parallele Komponente wird am stärksten absorbiert. Der Dichroismus wächst gegen das Absorptionsgebiet sehr schnell. Die Abhängigkeit desselben von der Wellenlänge geht aus Fig. 7 hervor.

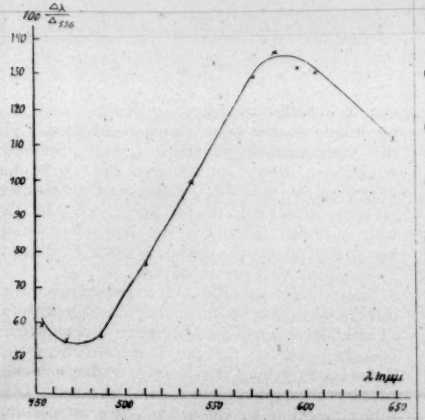


Fig. 6.

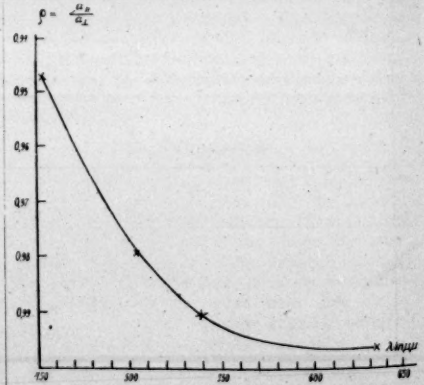


Fig. 7.

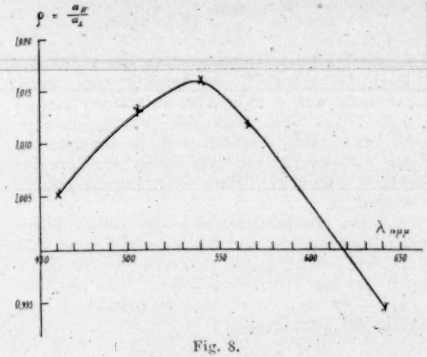


Fig. 8.

Für das *Au*-Sol ist $\varrho > 1$ bei $\lambda < 618\ \mu\mu$. Die Komponente rechtwinklig zu den Kraftlinien wird am meisten absorbiert. Für $\lambda > 618\ \mu\mu$ wird die zu den Kraftlinien parallele Komponente am meisten absorbiert. Die Abhängigkeit des Dichroismus von der Wellenlänge geht aus Fig. 8 hervor.

Das wichtigste Resultat der vorliegenden Untersuchung ist, daß *Au*- und *Ag*-Sole im elektrischen Felde doppelbrechend werden. Daraus geht hervor, daß deren Partikel keine sphärische Symmetrie haben. Da dies für Gold gilt, ist es wahrscheinlich, daß es auch für andere Kolloide gilt. Weitere Messungen werden eine größere Anzahl Kolloide umfassen.

Upsala, den 1. Oktober 1919.

(Eingegangen 25. Oktober 1919.)

Radioaktive Zerfallsprodukte in der freien Atmosphäre und die Wahrscheinlichkeit ihrer Herkunft von der Sonne [1].

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Hermann Bongards.

Über den Gehalt der freien Atmosphäre an radioaktiven Substanzen liegen bisher nur wenig Messungen vor, während durch Beobachtungen am Boden meist in erfreulicher Übereinstimmung der *Ra*-Emanationsgehalt im Mittel als $0{,}9 \times 10^{-16}$ Curie pro cm³ betragend angegeben wird. Die einzige, mit quantitativ exakten Methoden ausgeführte Messung von Wright und Smith auf Mt. Pauai (2640 m) hat scheinbar eine Abnahme des Emanationsgehalts mit der Höhe ergeben. Dagegen muß aber eingewendet werden, daß die Beobachtungen auf dem Gipfel und an der Basisstation Manila zu verschiedenen Jahreszeiten ausgeführt sind, so daß ein Schluß auf die Verteilung in der Höhe nicht zulässig ist, zumal qualitative Beobachtungen auf anderen Berggipfeln zu völlig entgegengesetzten Ergebnissen geführt haben.

Für die Frage, ob die radioaktiven Substanzen der Erde entstammen, wie bisher allgemein angenommen wurde, sowie für die Fragen des Elektrizitätshaushalts der Atmosphäre ist die Kenntnis des Emanationsgehalts in der Höhe von grundlegender Bedeutung. Es wurde daher am Aeronautischen Observatorium bei Lindenberg im Jahre 1913 mit Versuchen begonnen, mit Hilfe von Drachen der Lösung dieser Frage näher zu kommen. Lediglich als Vorversuche wurden in der Zeit vom 29. Juli bis 2. Dezember 1913 im ganzen 98 Beobachtungen der Aktivität eines am Drachen befestigten 10—15 m langen Stahldrahtes von 0,8 mm Durchmesser gemacht. Über die Methode und das Instrumentarium habe ich an anderer Stelle [1]) eingehend berichtet. Da die Ausarbeitung einer quantitativ einwandfreien Methode durch den Kriegsausbruch unterbrochen wurde und eine Fortsetzung jetzt zunächst nicht möglich ist, habe ich die Resultate der Vorversuche so bearbeitet, daß eine Vergleichung untereinander möglich ist und einen Schluß auf die zeitlichen Schwankungen als zulässig erscheinen läßt.

I. Die Bearbeitung der Beobachtungsresultate.

Da von der Zeit der Drachenlandung, die als das Ende der Expositionszeit angenommen wurde, bis zum Einbringen des Drahtes in die Ionisierungskammer zur Messung des Spannungsabfalls eine gewisse Zeit verstreichen mußte, so wurde als charakteristischer Wert jedesmal der Betrag des Spannungsabfalls 15 Minuten nach der Landung festgestellt. Dieser Zeitpunkt erwies sich auch dadurch als besonders günstig, weil er bei den verwendeten Expositionszeiten in dem Teil der Abklingungskurve liegt, wo die Änderung des Abfalls am langsamsten vor sich geht, so daß ein geringer Zeitunterschied keine erheblichen Fehler verursachen kann. Aus diesem Wert wurde nach der Formel

$$i = \frac{C}{300} \times \frac{V_1 - V_2}{t}$$

1) Die Arbeit mußte aus technischen Gründen stark gekürzt werden.

1) H. Bongards, Die Arbeiten des Kgl. Preuß. Observatoriums Lindenberg im Jahre 1913, 9, 411, 1914.

(wo C = Kapazität in cm, $V_1 - V_2$ = Spannungsabfall in Volt in t sec) der erzeugte Sättigungsstrom in statischen Einheiten berechnet. Der so gefundene Wert wurde auf die Flächeneinheit der Drahtoberfläche reduziert.

Die Reduktion auf die Expositionszeit $\Theta = \infty$ wurde für die Zeit $t = 15$ Min. nach einer von H. W. Schmidt[1]) auf Grund von direkten Beobachtungen errechneten Tabelle vorgenommen.

Da nun aber die Menge des aktiven Niederschlags unter sonst gleichen Verhältnissen von der Potentialdifferenz des Drahtes gegen die umgebende Luft abhängt, diese aber bei einem im Erdfeld exponierten Draht einerseits vom Spannungsgefälle, andererseits von der Höhe über dem Boden abhängt, so ist es bei der Schwierigkeit, das erstere jedesmal zu bestimmen, nicht möglich, diese Reduktion einwandfrei vorzunehmen. Um nun wenigstens den Einfluß der Höhenunterschiede der einzelnen Aufstiege möglichst auszuschalten, wurde in folgender Weise verfahren:

Zunächst wurde für jeden Aufstieg eine mittlere Höhe durch graphische Integration nach der Zeit innerhalb der Grenzen der Aufstiegsdauer bestimmt. Unter Zugrundelegung der mittleren Änderung des Spannungsgefälles mit der Höhe, wie sie E. v. Schweidler und Kohlrausch[2]) auf Grund der vorliegenden Ballonbeobachtungen annehmen, wurde dann die Spannungsdifferenz V in Volt des geerdeten Drahtes gegen die umgebende Luft in der Höhe h km über dem Boden errechnet als

$$V = 1{,}46\sqrt{20h - h^2} \times 10^4. \qquad (1)$$

Es wurde dann die von Kurz[3]) empirisch festgestellte Abhängigkeit der niedergeschlagenen Menge von dem Potential des Drahtes auch auf höhere Potentialwerte extrapoliert unter der Annahme, daß die Kurve weiterhin geradlinig verläuft. Alle diese Annahmen für die Reduktion, die ja für die einzelnen Fälle recht unsicher sind, wurden innerhalb der Grenzen der Wahrscheinlichkeit so gewählt, daß sich möglichst die untere Grenze des Betrages der radioaktiven Stoffe ergeben mußte. (Die mutmaßliche obere Grenze ergibt sich, wie weiter unten ausgeführt wird, aus den luftelektrischen Beobachtungen am Boden.) Es wurde also dann aus der obigen Formel (1) die Potentialdifferenz Luft gegen Draht für die dem Aufstieg zukommende Höhe ermittelt und mit Hilfe der Formel

$$i = \frac{V - 2500}{0{,}0275} \quad (V > 2500)$$

auf den Wert des Sättigungsstroms pro cm² Drahtoberfläche reduziert, der erreicht wäre, wenn der Draht auf -2500 Volt aufgeladen worden wäre. Der Wert 2500 Volt wurde deswegen als zweckmäßig erachtet, weil die Bestimmung der Aktivierungszahl am Boden vorzugsweise unter Verwendung dieser Spannung ausgeführt worden ist.

Unter Berücksichtigung der Unterschiede der Kapazität des von Elster und Geitel und von mir verwendeten Elektrometers berechnet sich aus den reduzierten Werten für i der Vergleichswert mit der Aktivierungszahl A mit Hilfe der Beziehung

$$A \leqq 16{,}35 \times i \times 10^6.$$

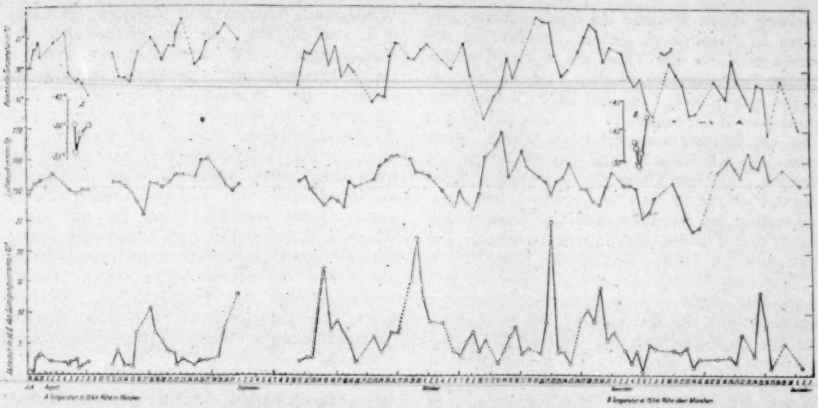
Zur Vergleichung der Werte untereinander sind die vorgenommenen Reduktionen zweifellos genügend, da die Bedingungen, unter denen die einzelnen Beobachtungen angestellt wurden, nur innerhalb verhältnismäßig enger Grenzen verschieden waren. Jedoch scheint das Mittel aus den 98, über 4 Monate verteilten Beobachtungen auch mit den andersartigen Beobachtungen am Erdboden vergleichbar zu sein, da anzunehmen ist, daß das Potentialgefälle im Mittel dieses Zeitraums am Boden sowohl wie in der Höhe den angenommenen Mittelwerten sehr nahe kommt.

Das Mittel aus sämtlichen Beobachtungen beträgt $5{,}1 \times 10^{-6}$, daraus ergibt sich $A \leqq 83{,}5$. Dieser Wert entspricht in seiner Größenordnung den am Boden beobachteten Werten, die von Kähler[1]) für Mitteldeutschland zwischen 15 und 20 angegeben werden. Danach ist zu erwarten, daß exakte Messungen in der Höhe im Mittel wenigstens einen etwa 4 mal so hohen Wert als den am Boden festgestellten Mittelwert von $0{,}9 \times 10^{-16}$ Curie Emanation pro cm³ ergeben werden.

Es ist nicht anzunehmen, daß der Emanationsgehalt einen Betrag von der Größenordnung 10^{-15} Curie pro cm³ überschreiten wird. Betrüge die Menge im Mittel 10^{-15} Curie pro cm³ in der Schicht von 0—2500 m, so würde dieser Betrag gerade ausreichen, um die zur Erhaltung des beobachteten Potentialgefälles erforderliche Raumladung allein durch die sich bildenden positiv geladenen *Ra-A*-Teilchen und den Vertikalstrom Luft—Erde von der Größe 6×10^{-7} st. E. zu erzeugen. Es würden damit die Hauptfragen des Elektrizitätshaushalts der Atmosphäre geklärt werden.

1) H. W. Schmidt, Ann. d. Physik (4) 21, 662, 1906.
2) E. v. Schweidler u. K. W. F. Kohlrausch in Graetz, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus 3, 250, 1915.
3) E. Kurz, Habilitationsschrift München, Techn. Hochsch. 1909; München. Ber. 25, 1. 1909.

1) K. Kähler, Luftelektrizität, Samml. Göschen 649, 127, 1913.



Es scheint also nach alledem begründet, wenn man annimmt, daß der Emanationsgehalt der Luft in der Schicht zwischen 1000 und 2000 m Höhe im Mittel den Betrag von 4 bis 10×10^{-16} Curie pro cm^3 erreicht.

In ihrer Beziehung zu Witterungseinflüssen sind aber vor allem die Schwankungen des Emanationsgehalts von Bedeutung. In Fig. 1 sind als Abszisse die Zeit, als Ordinate die an den einzelnen Tagen beobachteten und nach dem oben geschilderten Verfahren reduzierten Werte für den Sättigungsstrom pro cm^2 Drahtoberfläche als relatives Maß für den Emanationsgehalt eingetragen. Das Bild zeigt, daß die Schwankungen außerordentlich stark sind und sich von etwa einem Zehntel des Mittelwertes bis zu dessen fünffachem Betrage erstrecken. Es zeigt sich, daß mehrere besondere hohe Werte der Aktivität nach Zeiträumen von 12—15 und 24—28 Tagen widerkehren. So entspricht dem Maximum am 18. August ein solches am 1. September, also nach 14 Tagen, dann folgt nach weiteren 14 Tagen am 15. September wieder ein noch stärkeres Maximum. Der starken Zunahme am 30. September entspricht eine schwächere am 17., also 13 Tage vorher. Die starken Anstiege am 30. Oktober und 25. November folgen in einem Zeitraum von 26 Tagen aufeinander. In diesem Falle wiederholen sich sogar die charakteristischen Maxima vor und nach dem Hauptmaximum. Dem höchsten Maximum am 22. November entspricht ein weniger starkes am 9. Oktober, also 13 Tage vorher. Auch bei vielen kleineren Hebungen läßt sich diese periodische Wiederkehr feststellen. Die Minima folgen scheinbar in kürzeren 12- und 24tägigen Perioden. Da die Beobachtungen meist nur einmal am Tage gemacht wurden, so ist der Fehler des Eintritts der Extreme auf wenigstens ± 1 Tag anzusetzen.

II. Beziehung zu Witterungserscheinungen.

In der zweiten Kurve der Figur sind die Luftdruckwerte am Boden, die zur Zeit der Höhenbeobachtungen herrschen, eingetragen. Hier ist sogleich eine Beziehung zu erkennen, indem jedem starken Anstieg der Aktivität ein tiefer Fall des Barometers entspricht. Aber einem starken Fall des Barometers entspricht durchaus nicht immer ein Anwachsen der Aktivität. Im Gegenteil fallen z. B. die starken Minima des Barometerstandes am 6. und 14. November mit ausgeprägten Tiefstwerten der Aktivität zusammen. Man hat dieses Zusammentreffen starken Barometerfalls mit dem Anwachsen der Aktivität auch durch Beobachtungen am Boden festgestellt und daraus den Schluß gezogen, daß bei fallendem Barometer eine reichlichere Emanationsmenge aus dem Boden herausgetrieben würde. Wäre diese Annahme richtig, so müßte bei jedem starken Barometerfall der Emanationsgehalt zunehmen, was aber auch am Boden durchaus nicht der Fall ist. In einer Höhe von mehr als 1000 m über dem Boden kann sich aber unter keinen Umständen eine solche Abhängigkeit der Aktivität vom Luftdruck und erst recht nicht das umgekehrte Verhältnis zeigen. Wir müssen also bei dem außer Zweifel stehenden Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen annehmen, daß gewisse Arten der Luftdruckschwankungen und die Änderung des Emanationsgehalts eine gemeinsame Ursache haben. Es liegt nahe, zur Fest-

stellung dieser Ursache die Temperaturverhältnisse in Betracht zu ziehen. Es sind in der obersten Kurve der Tafel die mittleren potentiellen Temperaturen zwischen 1000 und 2500 m Höhe eingetragen. Als potentielle Temperatur wird hier die Temperatur der Luft bezeichnet, die ein Luftquantum erreichen würde, wenn man es adiabatisch auf den Normaldruck brächte. In dem Gang der potentiellen Temperatur kommt, da die adiabatischen Temperaturschwankungen eliminiert sind, am ehesten eine Energiezufuhr oder -abfuhr zum Ausdruck. Die extrapolierten Punkte sind in der Kurve durch eckige Umrahmung besonders hervorgehoben. Auch hier ergibt sich ein deutlicher Zusammenhang. In der der Zeit vom 15. bis 20. August, 13. bis 18. September, 27. Oktober bis 1. November und 24. November bis 2. Dezember ist der parallele Verlauf besonders ausgeprägt. Wenn bei den hohen Maximalwerten am 30. Oktober und am 22. November die Höchstwerte der Temperatur schon vor den Höchstwerten der Aktivität erreicht werden, so ist zu bedenken, daß infolge der starken Erwärmung der unteren Schichten Anlaß zu einer Durchmischung verschieden temperierter Luft gegeben ist, die ebenfalls eine Änderung der potentiellen Temperatur bewirkt. Zunächst ist man geneigt anzunehmen, den radioaktiven Stoffen einen Einfluß auf die Temperatur zuzuschreiben, da bekannt ist, daß bei ihrem Zerfall Wärme frei wird. Verfolgt man aber den möglichen Einfluß rechnerisch, so ergibt sich, daß selbst bei dem als obere Grenze bezeichneten Gehalt von 10^{-15} Curie pro cm^3 die Luft während eines Jahres nur um etwa 10^0 erwärmt werden könnte. Da auch eine Erhöhung der Temperatur als Ursache einer Vermehrung der radioaktiven Stoffe nicht denkbar ist, so kann man nicht umhin, auch für die Änderungen der Temperatur und der Aktivität eine gemeinsame Ursache zu suchen. Die einzig mögliche Erklärung scheint mir die Annahme einer Massestrahlung zu sein, durch die aus dem Weltenraum elektrisch neutrale Emanationsatome oder -moleküle in die Atmosphäre geschleudert werden. Es bliebe nun die Herkunft einer solchen Massestrahlung zu erklären.

Es ist schon vielfach vermutet worden[1]), daß bei gewissen Vorgängen auf der Sonne, z. B. bei Protuberanzenbildung, Massestrahlen von Teilen der Sonne in den Weltenraum hinausgesandt werden. Noch wahrscheinlicher wird dieser Vorgang, wenn man bedenkt, „daß die Spektren dieser Protuberanzen meist Linien von Wasserstoff, Helium und Kalzium" enthalten, d. h. von Stoffen, „die bei genügendem Verdünnungsgrad und ausreichendem Potentialgefälle Massestrahlen" erzeugen können. Ferner „besteht das Wasserstoffspektrum der Protuberanzen aus denselben Spektrallinien wie das der Massestrahlen, nämlich der Serie H_α, H_β, H_γ ..... Die Kalziumlinien H und K der Protuberanzen treten besonders stark in Kalziumanodenstrahlen[1]) auf, während andererseits eine große Anzahl von Ca-Linien, die auf andere Weise, z. B. im elektrischen Lichtbogen erzeugbar sind, sowohl im Spektrum der Protuberanzen, wie in dem der Massestrahlen fehlen. Die Geschwindigkeiten der Protuberanzen, gemessen durch den Dopplereffekt, sind von derselben Größenordnung wie die in Geißlerschen Röhren erzeugten Massestrahlen".

Auch die schon vorher erwähnte 12—15 und 24—30tägige Periode des Eintretens der Maxima und Minima der Aktivität gibt eine wesentliche Stütze für die Hypothese von der Sonne ausgehender Massestrahlen. Diese Zeiten entsprechen ungefähr einer halben bzw. ganzen Umdrehung der Sonne um ihre Achse. Es ist nun bekannt, daß viele Vorgänge auf der Sonne auch zugleich auf dem diametral gegenüberliegenden Punkt der Oberfläche auftreten, und die Tatsache, daß solche Vorgänge zuweilen länger an der gleichen Stelle beobachtet werden, gehört nicht zu den Seltenheiten. Leider war es mir bisher nicht möglich, photographische Aufnahmen der Sonnenoberfläche aus der in Betracht kommenden Zeit zu erhalten, und so muß die Frage, welche Stellen der Sonne eine solche Massestrahlung aussenden, zunächst noch offen bleiben. Es scheint eine gewisse Wahrscheinlichkeit vorzuliegen, daß die Protuberanzen mit diesen Erscheinungen identisch sind, es können aber auch Fackeln, Flecken und Flocken in Betracht kommen.

Bei dem Vorhandensein einer solchen Massestrahlung wird sich in den obersten Schichten der Atmosphäre die Wärmewirkung stärker bemerkbar machen, als in den unteren Schichten. Die Beobachtungen aus der Stratosphäre über Lindenberg sind leider so wenig zahlreich über längere Zeiträume verteilt, daß der Temperaturverlauf in diesen Höhen nicht zum Vergleich mit der Aktivität herangezogen werden konnte.

Zum Vergleich sind die Temperaturen in 15 km Höhe nach den Münchener Registrierballonfahrten[2]) aufgetragen. Wir sehen, daß

1) E. Gehrcke in Graetz, Handb. d. Elektr. u. d. Magn. **3**, 350. 1915.

1) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. **33**, 747, 1910.

2) A. Schmauß, Meteorolog. Zeitschr. **31**, 67, 1914; Derselbe, Die Münchener Registrierballonfahrten im Jahre 1913. Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königr. Bayern **35**, 1913, München 1914.

dem tiefen Minimum der Aktivität ein stark ausgeprägtes Minimum der Temperatur in der Stratosphäre entspricht. Ebenso verläuft in der Zeit vom 6. bis 8. August die Temperaturkurve in 15 km Höhe der Kurve der Aktivität völlig parallel. Der Unterschied des Emanationsgehalts über dem Festland und über dem Meer scheint auf einer Verschiedenartigkeit der Absorption und der Durchlässigkeit der Luft über Land und Meer in der Nähe der Erdoberfläche zu beruhen.

Für die Annahme, daß die Strahlung bis zum Boden dringt, spricht der Umstand, daß in den wenigen über einen längeren Zeitraum sich erstreckenden Beobachtungen am Boden zuweilen auch die Wiederkehr eines Maximums der Aktivität nach einem Zeitraum erfolgt, der nahezu einer halben oder ganzen Umdrehung der Sonne um ihre Achse entspricht. Mir liegen die Beobachtungen von Satterly[1]) aus dem Jahre 1909 vor, in denen ein Maximum am 4. März einem anderen am 17. März, ein Minimum am 13. Mai einem solchen am 27. Mai, ferner ein Maximum am 11. August, einem solchen am 24. August entspricht. Auch in den Potsdamer Registrierungen des Emanationsgehalts, die Kähler[2]) veröffentlicht hat (leider nur 2 Monate!), entspricht ein Maximum am 1. Juli 1911 einem solchen am 29. Juli, und ein Maximum am 1. Januar 1911 einem solchen zwischen dem 25. und 27. Januar. Die Feststellung einer solchen Periodizität allein kann aber nicht beweiskräftig sein, zumal ihr bei dem Auftreten zahlreicher Schwankungen eine gewisse Willkür nicht abzusprechen ist. Dagegen dürfte eine Registrierung auch nur am Boden mit gleichzeitiger Beobachtung oder Spektrographie der Sonne imstande sein, die Frage der Ursache zu klären. Daß der Temperaturgang am Boden mit seinen starken periodischen Änderungen und Schwankungen infolge lokaler Einflüsse keine Wirkung der angenommenen Massestrahlung erkennen läßt, liegt auf der Hand. Daß die Teilchen einer solchen von der Sonne ausgehenden Massestrahlung nur aus Emanation bestehen, ist nicht anzunehmen, vielmehr wird auch anderen Gasen, insbesondere Helium und Wasserstoff ein vielleicht noch größerer Anteil zugeschrieben werden können.

Zusammenfassung.

Bei der Bestimmung der Aktivität eines unter dem Einfluß des Erdfeldes in der mittleren Höhe von 1500 m exponierten Drahtes hat sich gezeigt, daß ein Zusammenhang zwischen der Aktivität, dem Luftdruck am Boden und der potentiellen Temperatur in der Schicht zwischen 1000 und 2500 m besteht.

In dem Temperaturverlauf der Stratosphäre zeigt sich eine ausgesprochene Parallelität mit der Aktivität.

Die Temperaturschwankung wird als die Ursache der Druckschwankung angesehen.

Da ein Einfluß der radioaktiven Substanzen auf die Temperatur in dem Maße nicht zu erklären ist, ein Einfluß der Temperatur auf die Aktivität aber ausgeschlossen erscheint, wird als gemeinsame Ursache eine Massestrahlung, ausgehend von begrenzten Teilen der Sonne, angenommen, durch welche Emanationsteilchen in die Atmosphäre getragen werden. Die Wärmewirkung dieser Massestrahlen bildet eine Hauptwärmequelle der höheren Schichten der Atmosphäre.

Kiel, den 7. Dezember 1919.

(Eingegangen 31. Dezember 1919.)

1) J. Satterly, Phil. Mag. (6) **20**, 1, 1910.
2) K. Kähler, Ergebnisse der Meteorotog. Beobachtungen in Potsdam im Jahre 1912, Bd. 16, 1913.

Beiträge zur geometrischen Verzeichnung von Niveauflächen.

Von Otto Grotrian.

Auf die Wichtigkeit, Kraftfelder durch geometrische Verzeichnung darzustellen, ist vielfach, u. a. auch von Maxwell[1]), hingewiesen worden. Für zwei häufig vorkommende Fälle, die bereits anderweitig eingehend behandelt sind, mögen hier zwei Methoden beschrieben werden, die meines Wissens für die betreffenden Fälle noch nicht bekannt gegeben wurden.

Es handelt sich dabei um die Niveauflächen, in der Zeichnung deren Spuren, also Niveaulinien

1. für den Fall zweier punktförmiger Agensteilchen (elektrische oder magnetische Teilchen) bei gleichen Mengen derselben und entgegengesetztem Vorzeichen,
2. für denselben Fall bei gleichem Vorzeichen.

Zwei gleiche Agensmengen bei entgegengesetzem Vorzeichen. Die beiden Mengen $-q_l = -q$ und $q_r = q$ mögen in den Punkten A_l und A_r konzentriert gedacht sein und sich im Abstande $2L = A_l A_r$ befinden. Letzterer werde durch den Punkt O halbiert, siehe Fig. 1. Setzt man für einen beliebigen Punkt p der Zeichenebene, dessen Abstände

1) J. Cl. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism. Art. 117—123.

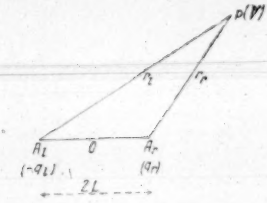


Fig. 1.

$A_l p = r_l$ und $A_r p = r_r$, dann ist das Potential in p dargestellt durch

$$V = q\left(\frac{1}{r_r} - \frac{1}{r_l}\right).$$

Die Gleichung einer Niveaulinie kann daher in der Form

$$\frac{V}{q} = \frac{1}{r_r} - \frac{1}{r_l} = \frac{1}{\varrho} = \text{konst.}$$

mit den veränderlichen Koordinaten r_r und r_l geschrieben und

$$\varrho = \frac{q}{V}$$

als Parameter für die einzelnen Niveaulinien der Schar angesehen werden.

Offenbar ist ϱ mit der Dimension einer Länge gleich dem Abstande einer Agensmenge q vom Punkte p, welche in diesem das Potential V hervorruft.

In der Niveaugleichung

$$\frac{1}{r_r} - \frac{1}{r_l} = \frac{1}{\varrho}$$

stehen r_r, r_l und ϱ in einer geometrischen Beziehung zueinander, aus der bei gegebenem ϱ und frei gewähltem r_l (oder r_r) sich r_r (oder r_l) entnehmen läßt.

Auf der horizontalen Geraden HH (siehe Fig. 2) errichte man in zwei beliebig gewählten Punkten a und a_2 die Senkrechten ac und $a_2 c_2$ und mache $ab = \varrho$, $a_2 b_2 = r_l$. Zieht man dann die Geraden ba_2 und $b_2 a$ und fällt von ihrem Schnittpunkte b_1 das Lot $b_1 a_1$ auf HH, dann ist

$$a_1 b_1 = r_r.$$

Denn der Figur zufolge gelten die Beziehungen

$$\frac{a a_1 + a_1 a_2}{a_1 a_2} = \frac{\varrho}{a_1 b_1} = 1 + \frac{a a_1}{a_1 a_2},$$

$$\frac{a a_1 + a_1 a_2}{a a_1} = \frac{r_l}{a_1 b_1} = 1 + \frac{a_1 a_2}{a a_1}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt aber

$$\frac{a a_1}{a_1 a_2} = \frac{\varrho - a_1 b_1}{a_1 b_1} = \frac{a_1 b_1}{r_l - a_1 b_1},$$

oder bei Berücksichtigung der Niveaugleichung

$$\frac{1}{a_1 b_1} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{r_l} = \frac{1}{r_r},$$

also

$$a_1 b_1 = r_r.$$

Durch das gleiche Verfahren können für ein bestimmtes ϱ beliebig viele zusammengehörige Werte von r_r und r_l ermittelt werden. In der Figur ist z. B. neben der Verzeichnung des Wertepaares r_l, r_r diejenige von r_l', r_r' angegeben.

Fig. 3 zeigt die Anwendung der Methode für den Fall, daß die Niveaulinien zweier gleicher entgegengesetzter Agensmengen festgelegt wer-

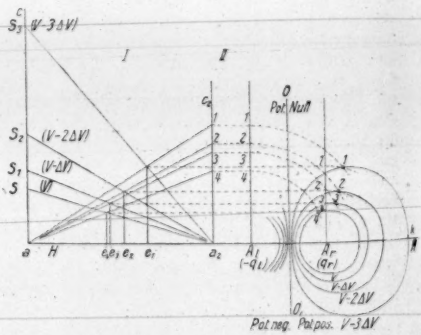


Fig. 3.

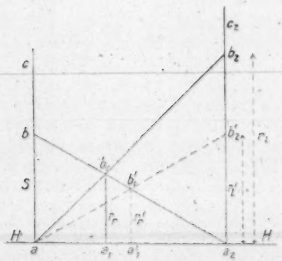


Fig. 2.

den sollen und das Potential auf denselben sich in arithmetischer Reihe ändert.

Senkrecht zu HH sind auf ac Längen ϱ, ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 abgetragen, denen V, $V - \triangle V$, $V - 2\triangle V$, $V - 3\triangle V$ umgekehrt proportional sind. Die oberen Enden der ersteren sind mit a_2 bei beliebig gewähltem Abstande aa_2 durch

Gerade verbunden. Auf $a_2 c_2$ sind Längen $a_2 4$, $a_2 3$, $a_2 2$, $a_2 1$ abgetragen, welche beliebig angenommene Werte r_l darstellen. Verbindet man deren Gipfelpunkte mit a, und schneiden die Verbindungslinien die nach a_2 konvergierenden Geraden in 4, 3, 2, 1, dann liefern die zu $a a_2$ senkrechten Geraden $4 e_4$, $3 e_3$, $2 e_2$, $1 e_1$ die zu $4 a_2$, $3 a_2$, $2 a_2$, $1 a_2$ gehörenden Koordinaten r_r. Für je eine Niveaulinie ist, um das Bild einfach zu gestalten, nur je ein Wertepaar r_l, r_r eingetragen, das durch gleiche Ziffern kenntlich gemacht ist.

Zur Verzeichnung einer Kurve, beispielsweise derjenigen für ϱ_3, also das Potential $V - 3 \triangle V$, wird man daher mit $a_2 1$ von A_l, mit $e_1 1$ von A_r aus einen Kreisbogen beschreiben, deren Schnitt 1 (II der Figur) einen Punkt der betreffenden Niveaulinie darstellt. Ebenso ist mit sonstigen nicht eingetragenen Koordinaten für ϱ_3 zu verfahren. Gleiche Bemerkungen gelten für die durch 2, 3, 4 ziehenden Niveaulinien. Da der Verlauf derselben bekannt ist, bedürfen sie keiner besonderen Erläuterung.

Rechts von der Mittellinie OO_1 entsprechen die Kurven positiven, links (hier in der Zeichnung nur angedeutet) negativen Potentialwerten, während auf der Mittellinie selbst das Potential Null ist.

Zur Veranschaulichung der Konstruktion sind die punktierten Hilfs-Geraden und -Kreise eingezeichnet, die bei Ausführung der Zeichnung fortgelassen werden können.

Erhält man für zwei als zusammengehörig gefundene Koordinaten r keinen Schnittpunkt zwischen den entsprechenden Kreisen, dann ist, wenn die Agensmengen, ihr Abstand und ihr Potential gegeben sind, für den angenommenen Wert von $r_l (r_r)$ kein Punkt auf der zu zeichnenden Niveaulinie vorhanden.

Der Parameter ϱ für eine Niveaulinie kann statt auf die als gegeben angesehenen Größen q und V auch auf andere zurückgeführt und entsprechend konstruiert werden.

Führt man die Koordinaten des Schnittpunktes k (siehe Fig. 3) ein, den die betreffende Kurve, z. B. 1, mit HH bildet und setzt dabei

$$A_r k = r_{r_0}$$
$$A_l k = r_{l_0},$$

wobei

$$r_{l_0} - r_{r_0} = A_l A_r = 2L$$
$$r_{r_0} = r_{l_0} - 2L$$

ist, dann gilt die Beziehung

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{r_{r_0}} - \frac{1}{r_{l_0}},$$

und ϱ läßt sich daher aus r_{r_0} und $2L$, wie folgt, geometrisch ableiten.

Durch die beliebig gewählten Punkte a und a_2 der Geraden HH (siehe Fig. 4) legt man

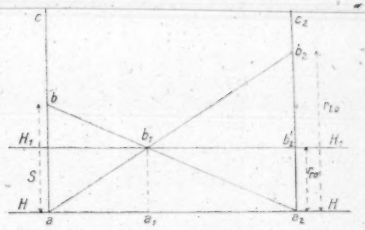


Fig. 4.

die Senkrechten ac und $a_2 c_2$. Auf $a_2 c_2$ wird abgetragen

$$a_2 b_2 = r_{l_0} \text{ und } a_2 b_2' = r_{r_0} = r_{l_0} - 2L.$$

Ferner wird durch b_2' eine Parallele $H_1 H_1$ zu HH gezogen. Verbindet man dann b_2 mit a, legt durch deren Schnittpunkt b_1 mit $H_1 H_1$ die Gerade $a_2 b_1$, deren Verlängerung ac in b schneidet, dann ist

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{a_1 b_1} - \frac{1}{a_2 b_2} = \frac{1}{r_{r_0}} - \frac{1}{r_{l_0}} = \frac{1}{\varrho},$$

also $ab = \varrho$.

Für den Fall zweier gleicher und gleichnamiger Mengen q (siehe Fig. 5) kann nach

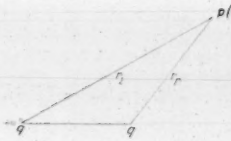


Fig. 5.

denselben Grundsätzen verfahren werden. Hier ist das Potential

$$V = q \left(\frac{1}{r_r} + \frac{1}{r_l} \right)$$

und für eine Niveaulinie gilt daher die Beziehung

$$\frac{V}{q} = \frac{1}{r_r} + \frac{1}{r_l} = \frac{1}{\varrho} = \text{konst.},$$

wenn

$$\varrho = \frac{q}{V}$$

gesetzt wird. Die geometrische Konstruktion gestaltet sich hier, wie folgt (siehe Fig. 6).

Auf der horizontalen Geraden HH errichte man in den beliebig gewählten Punkten a und a_2

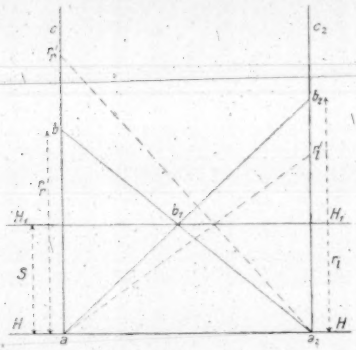


Fig. 6.

die Senkrechten ac, a_2c_2 und ziehe parallel HH im Abstande ϱ die Gerade H_1H_1. Auf a_2c_2 werde die beliebig gewählte Länge $r_l = a_2b_2$ abgetragen. Zieht man dann die Gerade b_2a_1, welche H_1H_1 in b_1 schneide, verbindet a_2 und b_1 miteinander und verlängert die Verbindungslinie bis zum Schnitt b mit ac, dann stellt ab die zu r_l gehörige Koordinate r_r dar. In gleicher Weise lassen sich andere Wertepaare ermitteln. Die Figur zeigt z. B. die Konstruktion des Paares r_l', r_r'. Bei einem anderen Werte des Parameters $\frac{q}{V}$ ist der Abstand der zu HH parallelen in entsprechender Weise zu ändern.

Die Konstruktion der bekannten Niveaulinien kann nach gleichem Verfahren wie in Fig. 3 vorgenommen werden.

Das geometrische Grundprinzip für die beschriebenen Verzeichnungsmethoden ist bereits früher von Dihlmann[1]) angewendet, um aus den Widerständen einer verzweigten Stromleitung den Widerstand des verzweigten Weges graphisch abzuleiten.

1) C. Dihlmann, Elektrotechn. Zeitschr. 10, 148, 1889.

Aachen, September 1919.

(Eingegangen 2. Oktober 1919.)

Über den Einfluß normaler Kathodenstrahlen auf das lebende Gewebe.

Von W. E. Pauli und J. Grober.

Die Wirkung irgendeiner Strahlenart auf das lebende Gewebe wird sich zusammensetzen aus 1. der spezifischen Wirksamkeit der betreffenden Strahlung, 2. aus dem Betrag an absoluter Energie, die im Gewebe absorbiert worden ist; also Gesamtwirkung

$$W = s \cdot I.$$

Unterzieht man die heute in der Strahlentherapie verwandten Strahlenarten, z. B. Röntgenstrahlen, die Strahlen des Radiums usw. einer kritischen Untersuchung, so fällt sofort auf, daß die von der Flächeneinheit und pro 1 cm Eindringungstiefe absorbierte Energie (I) einen recht geringen Bruchteil derjenigen Energie darstellt, die überhaupt aufgewandt wurde (Energie am Induktor, gesamte ausgestrahlte Energie der aktiven Präparate). In bezug auf normale Röntgenstrahlen ist das eben Gesagte weiter unten ausführlich dargelegt. — Da anzunehmen ist, daß die im absorbierenden Medium hervorgebrachte Wirkung umso größer ist, je größer der dort absorbierte absolute Energiebetrag ist, so ist vorauszusehen, daß im Falle der Absorption von Kathodenstrahlen die hervorgebrachte Wirkung sehr beträchtlich sein wird; denn in diesem Falle ist die Ausnutzung der gesamten aufgewandten Energie besonders günstig. Als Vergleich seien Röntgenstrahlen herangezogen, die in der Strahlentherapie eine besonders große Rolle spielen. — Es soll im folgenden eine Näherungsrechnung darüber angestellt werden, welche Bruchteile derjenigen Energie, die bei einer Entladung eines Induktorkreises aufgewandt wird, im absorbierenden Medium verschluckt werden, wenn diese Energie dazu verwandt wird, einmal Röntgenstrahlen, das andere Mal Kathodenstrahlen zu erzeugen.

Es werde also dieselbe Energie (8 Volt primär) in zwei Entladungen geschickt: einmal in eine Röntgenröhre, das andere Mal in eine Kathodenröhre. (Von etwaigen Verschiedenheiten in den zu den Röhren geschickten Energien, hervorgerufen durch die Verschiedenheit der Konstanten im Sekundärkreis soll abgesehen werden.)

Es werde dann dasselbe Präparat beiden Arten von Strahlen in günstigster Lage ausgesetzt; alsdann ist die Frage: wievielmal mehr Energie an Kathodenstrahlen absorbiert dann das Präparat als an Röntgenstrahlen?

Die von den Kathoden in beiden Röhren ausgehende Energie soll gleich I_a sein. Das Präparat soll diejenige Dicke haben, so daß normale Kathodenstrahlen gerade völlig absorbiert werden. Nennt man noch die Beträge an Energie, die tatsächlich im Präparat absorbiert werden, E_R und E_K, so ist

$$E_R = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{70} \cdot I_a.$$

Denn ca. $\frac{1}{1000}$ der Energie I_a wird in

Röntgenstrahlen umgesetzt (nach Dorn, W. Wien u. a.); die Hälfte der Gesamtröntgenstrahlung wird in der Glaswand absorbiert[1]). Ferner verteilt sich die gesamte Röntgenstrahlung auf einer halben Kugeloberfläche, und schließlich ist — bei derselben Härte der Röhre — der Absorptionskoeffizient derselben Substanz ungefähr $\frac{1}{70}$ derjenigen für Kathodenstrahlen.

Ist $r = 10$ cm, so wird

$$E_R = 1{,}1 \cdot 10^{-8} I_a.$$

Für Kathodenstrahlen ist

$$E_K = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot I_a = 4{,}4 \cdot 10^{-2} I_a.$$

Denn die Stirnfläche der verwandten Kathodenröhre (siehe weiter oben) läßt ca. $\frac{1}{10}$ der Gesamtmenge durch; es ist weiter angenommen, daß das Drahtnetz und das *Al*-Blättchen je $\frac{1}{3}$ der austretenden Strahlen absorbieren. Demnach wird

$$\frac{E_K}{E_R} = \frac{4{,}4 \cdot 10^{-2}}{1{,}1 \cdot 10^{-8}} = 4 \cdot 10^6.$$

Es wird also $4 \cdot 10^6$ und mehr Energie in dem Medium absorbiert, wenn es unter den gewählten Bedingungen der Kathodenstrahlung anstatt Röntgenstrahlung ausgesetzt wird, wobei in beiden Fällen der Energieaufwand im Primärkreis des Induktors derselbe ist.

Der zu erwartende Effekt bei der Absorption der Kathodenstrahlen im Gewebe ist mit Sicherheit nicht vorauszusagen, da er nicht nur von I, sondern auch von s abhängt. Für Röntgenstrahlen ist der Gesamteffekt im Gewebe heute einigermaßen bekannt; im Vergleich zu den Röntgenstrahlen wird man daher sagen können: selbst wenn die spezifische Wirkung der Kathodenstrahlen ungleich viel geringer ist als diejenige der Röntgenstrahlen, so wird (unter Berücksichtigung des sehr großen Wertes für $\frac{E_K}{E_R}$) doch der Effekt der Kathodenstrahlen wahrscheinlich denjenigen der Röntgenstrahlen erheblich übertreffen.

Um diese Frage experimentell zu entscheiden, wurde dasselbe absorbierende Präparat Kathoden- und Röntgenstrahlen ausgesetzt. Als Kathodenröhre wurde eine verbesserte Lenardsche benutzt, die der eine von uns[2]) angegeben hat. Die dem Induktor parallel geschaltete Funkenstrecke diente zur Einstellung des Vakuums und hatte eine Länge von 33 mm. Das Präparat kam unmittelbar vor das „Fenster", meist in einer Entfernung von 3—4 mm.

Es wurden für die Bestrahlung zwei in der Reihe der Lebewesen weit auseinanderliegende Arten ausgewählt: das Bacterium coli und Larven des Axolotl. Die Bakterien wurden der Kathodenstrahlung in dünner Schicht ($^1/_4$ mm) ausgesetzt, für sterile Handhabung der ganzen Apparatur war gesorgt. Aus der großen Reihe von Versuchen seien hier nur 3 angeführt.

Versuch 31.

4 angetrocknete Tropfen von Coli-Peptonwasserkulturen auf sterilen Deckgläsern.

1. Tropfen	erhält	50	Entladungen	d. Kath.-Röhre	
2. „	„	100	„	„	„
3. „	„	150	„	„	„
4. „	„	keine	„	„	„

Nach 3 Tagen 1—3 kein Wachstum, 4 deutliches Wachstum; nach 4 Tagen 2 und 3 kein Wachstum, 1 und 4 deutliches Wachstum.

Versuch 28 (mit Röntgenstrahlen).

1. Tropfen	erhält	200	Entladungen	d. R-Röhre	
2. „	„	300	„	„	„
3. „	„	900	„	„	„
4. „	„	4500	„	„	„
5. „	„	13500	„	„	„
6. „	„	keine	„	„	„

Nach 4—6 Tagen deutliches Wachstum.

Versuch mit Axolotl-Larven.

1. Larve	erhält	25	Entlad.	d. Kath.-Röhre	
2. „	„	50	„	„	„
3. „	„	100	„	„	„
4. „	„	keine	„	„	„
5. „	„	450	„	„	Röntgen-Röhre.
6. „	„	900	„	„	„
7. „	„	4500	„	„	„

Nach 4 Tagen: 1 zeigt geringe Beweglichkeit, 2 und 3 tot, 4—7 normal.

Es zeigt sich also sowohl bei den Versuchen mit Bacterium coli als mit Axolotl-Larven die große Überlegenheit der Kathodenstrahlen gegenüber den Röntgenstrahlen bezüglich der biologischen Wirkung.

Daß es sich bei dieser großen Wirksamkeit der Kathodenstrahlen nicht um eine einfache Wärmewirkung handelt, ist durch besondere Versuche nachgewiesen worden[1]). Wahrscheinlich ist, daß sich zu einer spezifischen Wirkung der Kathodenstrahlen in den oberflächlichen

1) Vgl. R. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen, S. 105.

2) W. E. Pauli, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1910.

1) Vgl. die ausführlichere Darstellung in: Deutsche Med. Wochenschr. 45, 841, 1919.

Schichten eine in die Tiefe reichende Wirkung der durch ihre Absorption entstandenen Röntgenstrahlen addiert.

Als Ergebnis der Untersuchung ergibt sich:

1. Bei gleichem Energieaufwand im Induktor ist die Energieausnutzung an demselben absorbierenden Medium ca. $4 \cdot 10^6$ mal größer im Falle der Kathodenstrahlen als im Falle der Röntgenstrahlen.
2. Die Resultate der experimentellen Untersuchung ergeben im Einklang mit den theoretischen Überlegungen eine ungleich größere Wirkung der Kathodenstrahlen auf das lebende Gewebe als die Röntgenstrahlen.

(Eingegangen 19. Oktober 1919.)

Über Abkühlung von Gasen durch Leistung innerer und äußerer Arbeit.

Von R. Plank.

A. Der elementare Kühleffekt.

Die Wirkungsweise der Gasverflüssigungsmaschinen beruht auf der Tatsache, daß sich komprimierte Gase bei ihrer Entspannung unter die Temperatur der Umgebung abkühlen. Die Entspannung kann auf verschiedene Weise vorgenommen werden, wobei eine Wärmeeinwirkung von außen ausgeschlossen sein möge, also der Prozeß adiabatisch geführt werde. Die Entspannung kann nun entweder unter Leistung äußerer Arbeit, und zwar im Grenzfalle nach einer umkehrbaren Adiabate, also isentropisch erfolgen, oder im anderen Grenzfalle durch Drosselung unter Verzicht auf die Nutzarbeit, jedoch unter Leistung innerer Arbeit irreversibel durchgeführt werden[1]). Während im ersten Fall die Entropie s konstant bleibt, wird der zweite Fall durch die Konstanz eines anderen thermodynamischen Potentials, und zwar des Wärmeinhalts $i = u + APv$ charakterisiert. Hierbei bedeutet u die innere Energie, P den Druck, und v das Volumen.

Nach der ersten Methode arbeiten die Gasverflüssigungsmaschinen von G. Claude, nach der zweiten diejenigen von C. Linde.

Man ist von vornherein geneigt, der umkehrbaren adiabatischen Expansion den Vorzug zu geben, weil hierbei nicht nur ein stärkerer Kühleffekt auftritt, sondern auch die Verwertung der geleisteten äußeren Arbeit möglich ist.

1) Diejenigen Fälle, in denen die Drosselung eine Erwärmung der Gase nach sich zieht, schließen wir hier aus; sie liegen mit Ausnahme des Wasserstoffs außerhalb des Bereichs technischer Anwendungen.

Wird z. B. Luft von 2 kg/qcm und Zimmertemperatur auf 1 kg/qcm entspannt, so erhält man bei umkehrbarer adiabatischer Expansion eine Abkühlung um 54° und gewinnt eine Arbeit von 3950 mkg pro Kilogramm Luft. Im Falle der Drosselung dagegen beträgt die Abkühlung nur rund $^1/_4{}^0$ und ein Arbeitsgewinn ist überhaupt nicht vorhanden.

Daß die Lindeschen Gasverflüssigungsmaschinen trotz dieser ungünstigen Vergleichszahlen hinter denjenigen von Claude in keiner Weise zurückstehen, liegt daran, daß sich die Verhältnisse bei höheren Drucken und tieferen Temperaturen vollkommen ändern.

Wir wollen die Veränderungen an Hand des sog. elementaren Kühleffekts

$$\alpha = \frac{\partial T}{\partial P}$$

verfolgen und dabei unterscheiden:

$\alpha_s = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s$ den elementaren Kühleffekt bei umkehrbarer adiabatischer Expansion,

$\alpha_i = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ den elementaren Kühleffekt bei Drosselung.

Den Druck messen wir entweder in kg/qm (P) oder in kg/qcm (p). Das mechanische Wärmeäquivalent ist $A = \frac{1}{427}$.

Die beiden Hauptsätze der Thermodynamik liefern für reale Gase folgende Beziehungen

$$\alpha_s = \frac{A}{c_p} T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \qquad (1)$$

und

$$\alpha_i = \frac{A}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right] = \frac{AT^2}{c_p}\left(\frac{\partial \frac{v}{T}}{\partial T}\right)_p \qquad (2)$$

Für ein ideales Gas mit der Zustandsgleichung $Pv = RT$ und dem Grenzwert c_{p_0} wird

$$(\alpha_s)_{id} = \frac{Av}{c_{p_0}} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\frac{T}{P} \qquad (1a)$$

und

$$(\alpha_i)_{id} = 0. \qquad (2a)$$

Für niedrige Drucke in der Gegend von 1 Atmosphäre kann man Luft angenähert als ideales Gas betrachten und α_s nach Gleichung (1a) berechnen. Man erkennt dann sofort, daß der elementare Kühleffekt α_s mit wachsendem Druck und sinkender Temperatur sehr schnell abnehmen wird. Die Lindeschen Luftverflüssigungsmaschinen arbeiten aber im Beharrungszustand bei einem mittleren Druck von 100 kg/qcm und mehr und bei einer mittleren Temperatur von etwa 150° abs. Für die Berechnung des elementaren Kühleffekts α_i bei niedrigen Drucken ist die

angenäherte Gültigkeit der idealen Gasgesetze nicht mehr anwendbar. Die Näherungsrechnung verbietet sich hier deswegen, weil sich für α_i nach Gleichung (2) ein kleiner Wert als Differenz zweier großer Zahlen ergibt. Man muß also hier entweder die Abweichungen vom Gasgesetz in der Zustandsgleichung genau berücksichtigen oder mit gemessenen Werten rechnen. Nach Versuchen von Vogel[1]) und Noell[2]) nimmt α_i für Drucke bis 150 Atmosphären und für Temperaturen bis 218° abs. mit wachsendem Druck nach einem Gesetz

$$\alpha_i = a - bp$$

linear ab, wobei a und b Temperaturfunktionen sind. In engen Grenzen ändert sich α_i umgekehrt proportional mit dem Quadrat der absoluten Temperatur (Joule und Thomson), für weitere Grenzen ist aber das Gesetz viel komplizierter.

Für höhere Drucke müssen auch für die Berechnungen von α_s die Abweichungen vom Gasgesetz berücksichtigt werden. Direkte Messungen für α_s gibt es im Gegensatz zu α_i nicht, sie wären auch äußerst schwer durchführbar, da die Expansion infolge der thermischen Wandungswirkungen des Arbeitszylinders niemals wirklich adiabatisch verläuft[3]). Hat man aber α_i aus Versuchen bestimmt, so kann man α_s berechnen, wenn zugleich genügend Versuchswerte für v und c_p vorliegen. Aus den Gleichungen (1) und (2) erhält man

$$\alpha_s = \alpha_i + \frac{Av}{c_p}. \qquad (3)$$

Aus dieser Beziehung erkennt man, daß der Unterschied zwischen α_s und α_i für hohe Drucke und tiefe Temperaturen immer kleiner wird, weil dabei einerseits v sinkt und andererseits c_p wegen der Annäherung an die Grenzkurve des trocken gesättigten Dampfes rasch zunimmt. Der Wert von α_i in Prozenten von α_s, also der Ausdruck $100\,\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ besitzt daher, wie gezeigt werden soll, bei jeder Temperatur einen Maximalwert, und zwar bei einem um so höheren Druck, je höher die Temperatur ist (Fig. 1). Dieser Ausdruck nimmt ferner mit sinkender Temperatur außerordentlich rasch zu. Ein angenähertes Bild erhält man bei nicht zu hohem Druck auf folgende Weise: Nach Joule und Thomson ist $\alpha_i = \frac{k_1}{T^2}$, während nach Gleichung (1a) $\alpha_s = k_2 T$ wird, wenn wir bei mäßigem Druck die Luft als ideales Gas ansehen. Dabei sind k_1 und k_2 bei gegebenem Druck Konstanten, im allgemeinen aber Druckfunktionen. Es wird also

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_s} = \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{T^3}.$$

Daraus erkennt man, wie rasch $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ mit sinkender Temperatur ansteigt. Dieses Gesetz ist, wie sich aus den Werten der folgenden Zahlentafel nachrechnen läßt, sogar noch beim Druck von 50 kg/qcm für nicht zu tiefe Temperaturen angenähert erfüllt. Für tiefere Temperaturen wird aber besonders bei höherem Druck die Zunahme von $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ immer kleiner, so daß man auch hier (Fig. 2) schließlich zu Maximalwerten gelangt, die bei um so höherer Temperatur liegen, je höher der Druck ist.

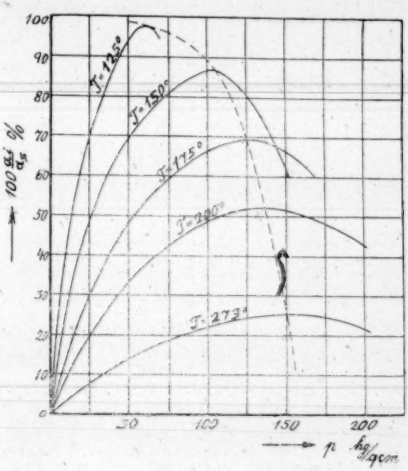


Fig. 1.

Die zahlenmäßige Berechnung der zugehörigen Werte von α_s und α_i für verschiedene Werte von Druck und Temperatur kann für Luft am bequemsten an Hand der von M. Jakob[1]) mitgeteilten Drosselgleichung und Zustandsgleichung erfolgen, welche auf den von Linde[2])

1) Vogel, Diss. München 1900 und Mitteilungen über Forschungsarbeiten des Ver. D. Ing., Heft 108/109, 1911.
2) Noell, Sitzungsber. d. bayer. Akad. math.-phys. Klasse 1913 und Mitteilungen über Forschungsarbeiten d. Ver. D. Ing., Heft 184, 1916.
3) Vgl. Lummer und Pringsheim, Wied. Ann. 64, 582, 1898 und Makower, Phil. Mag. 5. 233, 1903.

1) M. Jakob, Ann d. Phys., (4). Folge 55, Heft 7, S 527 u. Mitteilungen üb. Forschungsarbeiten d. Ver. D. Ing., Heft 202, 1917.
2) C. Linde, Sitzungsber. d. bayer. Akad., math.-phys. Klasse 27, Heft 3, 1897.

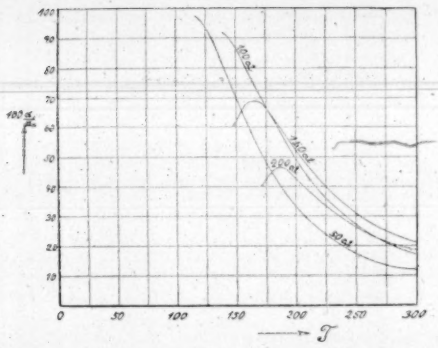


Fig. 2.

und mir[1]) angegebenen theoretischen Beziehungen zwischen der endlichen Abkühlung beim Joule-Thomson-Effekt einerseits und dem spezifischen Volumen v, der spezifischen Wärme c_p sowie dem elementaren Kühleffekt α_i andererseits aufgebaut sind.

Die Gleichungen Jakobs enthalten sehr viele empirische Koeffizienten (die Zustandsgleichung hat deren z. B. 15), wodurch die Berechnung etwas zeitraubend aber keinesfalls schwierig wird, weil die Beziehungen systematisch und sehr übersichtlich zusammengestellt sind und möglichste Vereinfachung der Zahlenrechnungen angestrebt ist.

Die Form der Gleichungen ist folgende:

$$v = \frac{RT}{10^4 p} + A' \frac{p^3}{10^6} + B' \frac{p^2}{10^4} + C' \frac{p}{10^2} + \left| + D' + E' \frac{T}{10^2} \right| \quad (4a)$$

$$c_p = (c_p)_1 \left\{ 1 - 100 \left[\frac{1}{4} \frac{dA}{dT} \frac{p^4 - 1}{10^8} + \right. \right.$$
$$+ \frac{1}{3} \frac{dB}{dT} \frac{p^3 - 1}{10^6} + \frac{1}{2} \frac{dC}{dT} \frac{p^2 - 1}{10^4} + \left. \left. + \frac{dD}{dT} \frac{p - 1}{10^2} \right] \right\} \quad (4b)$$

$$10^4 \alpha_i = \frac{(c_p)_1}{c_p} \left(A \frac{p^3}{10^6} + B \frac{p^2}{10^4} + C \frac{p}{10^2} + D \right), \quad (4c)$$

wobei $(c_p)_1$ die spezifische Wärme beim Druck von 1 Atmosphäre darstellt, für die wir den konstanten Mittelwert 0,241 einsetzen, A, B, C, D sowie A', B', C', D' Temperaturfunktionen mit nur ganzen negativen Exponenten von T sind, E' eine Druckfunktion mit nur ganzen positiven Exponenten von p und $R = 29{,}26$ die individuelle Gaskonstante der Luft bedeutet. Auf die Wiedergabe der Form dieser Funktionen sei unter Hinweis auf die Originalarbeit[2]) verzichtet.

Die mit Hilfe der Gleichungen (4a) bis (4c) ermittelten Werte von α_i, v und c_p gestatten nun auch α_s nach Gleichung (3) zu berechnen. Das Ergebnis der Rechnung ist in folgender Zahlentafel wiedergegeben.

Die Zahlen dieser Tabelle sind für die höchsten Drucke und tiefsten Temperaturen mit einiger Unsicherheit behaftet, weil Versuchswerte zur Prüfung der Gültigkeit der Jakobschen Gleichungen (4a) bis (4c) hier nicht mehr vorliegen. Jedenfalls dürfte aber Fig. 1, in welcher die Isothermen der Werte $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ über dem Druck aufgetragen sind, ein annähernd richtiges Bild ergeben. Wir erkennen zunächst, daß die Werte $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ für jede Temperatur einen Maximal-

T	p kg/qcm	v cbm/kg nach Gl. (4a)	c_p nach Gl. (4b)	$10^4 \cdot \frac{Av}{c_p}$	$10^4 \alpha_i$ nach Gl. (4c)	$10^4 \alpha_s$ nach Gl. (3)	$100 \frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ Proz.	$10^4 (\alpha_s)^{id}$ nach Gl. (1a)
273	50	0,015580	0,2625	1,390	0,223	1,613	13,8	1,570
	100	0,007722	0,2742	0,659	0,183	0,842	21,7	0,785
	150	0,005188	0,2737	0,444	0,149	0,593	25,1	0,525
	200	0,003980	0,2733	0,341	0,0965	0,4375	22,0	0,3925
200	50	0,010430	0,3095	0,789	0,390	1,179	33,1	1,152
	100	0,004811	0,3033	0,286	0,269	0,555	48,4	0,576
	150	0,003148	0,4604	0,160	0,169	0,329	51,4	0,384
	200	0,002486	0,4920	0,118	0,089	0,207	43,0	0,288
175	50	0,008342	0,3675	0,532	0,490	1,022	47,9	1,008
	100	0,003518	0,5388	0,153	0,301	0,454	66,3	0,504
	150	0,002275	0,6512	0,082	0,165	0,247	66,8	0,336
	200	(0,001971)	(0,6415)	(0,072)	(0,053)	(0,125)	(42,4)	0,252
150	50	0,005689	0,5110	0,261	0,604	0,865	69,8	0,864
	100	0,001734	0,8218	0,049	0,308	0,357	86,3	0,432
	150	0,001293	0,7590	0,040	0,0675	0,1075	62,8	0,288
125	50	0,001647	0,8493	0,045	0,671	0,716	93,7	0,720

1) R. Plank, diese Zeitschr. 17, 521, 1916.

2) M. Jakob, a. a. O.

wert besitzen, der bei um so tieferem Druck auftritt, je tiefer die Temperatur ist. Der geometrische Ort aller Maximalwerte stellt eine parabelförmige Kurve dar, die in Fig. 1 gestrichelt eingezeichnet ist. Aus der Figur erkennen wir, daß, während bei 273° abs. der elementare Kühleffekt durch Drosselung im besten Falle, und zwar bei etwa 150 kg/qcm den vierten Teil desjenigen bei adiabatischer Expansion erreicht, man bei tieferen Temperaturen den Prozentsatz wesentlich steigern kann. Der elementare Kühleffekt erreicht bei 200° abs. im günstigsten Fall über die Hälfte, bei 175° abs. über zwei Drittel und bei 150° rund 87 Proz. des entsprechenden Wertes bei adiabatischer Expansion. Da man bei Anwendung eines Expansionszylinders infolge der schädlichen Wandungswirkungen niemals wirklich adiabatisch expandieren kann und die thermischen Verluste bei einer Kolbenmaschine bedeutend größer als in einem einfachen Drosselventil sind, so kann man sagen, daß bei den Temperatur- und Druckverhältnissen, welche dem Beharrungszustand der Lindeschen Luftverflüssigungsmaschinen entsprechen, die elementaren Kühleffekte durch Drosselung nicht geringer sind als bei Expansion unter Leistung äußerer Arbeit. In den Lindeschen Maschinen wird die Luft von einem Höchstdruck von 150 bis 200 Atmosphären auf einen Druck von 40 bis 50 Atmosphären abgedrosselt. Der mittlere Druck beträgt also 100 bis 125 Atmosphären, so daß bei mittleren Betriebstemperaturen von 150 bis 175° abs. gerade die günstigsten Werte von $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ erreicht werden.

In Fig. 2 sind noch die Isobaren der Werte $\frac{\alpha_i}{\alpha_s}$ über der Temperatur aufgetragen.

Interessant ist noch der Vergleich der Werte von α_s für ein reales und ein ideales Gas. Wie die Zahlen der Tabelle erkennen lassen, ist α_s für ein reales Gas bald größer, bald kleiner als für ein ideales Gas. Bei 273° ist für alle Drucke bis 200 Atmosphären stets $\alpha_s > (\alpha_s)_{id}$, bei tieferen Temperaturen trifft das aber nur noch bis etwa $p = 50$ Atmosphären zu. Für höhere Drucke wird umgekehrt $\alpha_s < (\alpha_s)_{id}$. Bei höheren Temperaturen und mäßigen Drucken, für die man die Veränderlichkeit von c_p annähernd vernachlässigen kann, lassen sich die Verhältnisse qualitativ an Hand einer Zustandsgleichung, z. B. derjenigen von van der Waals

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \qquad (5)$$

bequem übersehen. Setzen wir zur Abkürzung

$$T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \beta,$$

so wird aus Gleichung (5)

$$\beta = \frac{RT}{P - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3}},$$

dagegen

$$\beta_{id} = \frac{RT}{P}.$$

Daraus folgt unmittelbar, daß $\beta \gtrless \beta_{id}$ ist, je nachdem ob $v \gtrless 2b$ oder $v \gtrless 0{,}0024$, weil mit $R = 29{,}26$ und den kritischen Werten $T_k = 132{,}5$ und $P_k = 10^4 \cdot 40{,}6$ $b = \frac{1}{8} \cdot \frac{R \cdot T_k}{P_k} = 0{,}0012$ wird.

Solange nun die Veränderlichkeit von c_p vernachlässigt werden kann, verhalten sich die α_s-Werte wie die β-Werte, so daß auch $\alpha_s \gtrless (\alpha_s)_{id}$, je nachdem ob $v \gtrless 0{,}0024$. Mit veränderlichem c_p wird dagegen

$$\frac{\alpha_s}{(\alpha_s)_{id}} = \frac{c_{p_0}}{c_p} \frac{\beta}{\beta_{id}}.$$

Da $c_p > c_{p_0}$, so folgt aus der letzten Beziehung, daß auch für $v > 0{,}0024$ $\alpha_s < (\alpha_s)_{id}$ werden kann, wie unsere Tabelle bei Temperaturen von 200° abs. abwärts und oberhalb 50 Atmosphären erkennen läßt. Eine einfache Abgrenzung läßt sich aber hier nicht mehr angeben.

2. Die endliche Abkühlung.

Neben dem elementaren Kühleffekt α spielt die endliche Abkühlung $\Delta = T - T_0$ eine wichtige Rolle. Dabei nehmen wir an, daß von verschiedenen Anfangsdrucken P und Anfangstemperaturen T stets auf den gleichen genügend kleinen Enddruck P_0 expandiert wird, für welchen die Gesetze idealer Gase nahezu erfüllt sind und daß $\Delta = f(P, T)$ durch Versuche gegeben ist. In einer früheren Abhandlung haben wir gezeigt[1]), daß $\Delta_i = T - T_{0i}$ in besonders einfacher Beziehung zu fast allen anderen thermischen und kalorischen Größen steht und zu den wichtigsten thermodynamischen Potentialen gezählt werden kann. Es wurden dabei die Beziehungen

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial P}\right)_T}{1 - \left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial T}\right)_P} \qquad (6)$$

und

1) R. Plank, a. a. O.

$$\left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial P}\right)_T = \frac{A}{c_{p_0}}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right] = \alpha_i \frac{c_p}{c_{p_0}} \qquad (7)$$

abgeleitet, aus denen die zuerst von Linde[1]) angegebene Gleichung

$$\left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial T}\right)_P = 1 - \frac{c_p}{c_{p_0}} \qquad (8)$$

folgt. Ähnliche Beziehungen können auch für die endliche Abkühlung $\Delta_s = T - T_{0s}$ bei adiabatischer Expansion auf den konstanten Gegendruck P_0 mit Leistung äußerer Arbeit abgeleitet werden, wenn man von Gleichung (1) ausgeht. Man erhält zunächst:

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s - \left(\frac{\partial T_{0s}}{\partial P}\right)_s = \alpha_s - \left(\frac{\partial T_{0s}}{\partial P}\right)_s$$

und da wir den Enddruck P_0 konstant halten, so wird auch die Endtemperatur auf ein und derselben Adiabate für alle Anfangsdrücke P die gleiche bleiben, also

$$\left(\frac{\partial T_{0s}}{\partial P}\right)_s = 0$$

werden.

Da ferner

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_s = \alpha_s = \left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s,$$

so erhält man, analog Gleichung (6),

$$\alpha_s = \frac{\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_T}{1 - \left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P}. \qquad (6a)$$

Die partielle Differentiation der Gleichung (1) nach T ergibt

$$\left(\frac{\partial \alpha_s}{\partial T}\right)_P = \frac{A}{c_p}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P + \frac{A\,T}{c_p}\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} - \frac{A\,T}{c_p^2}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_P$$

oder mit

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -A\,T\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}$$

$$\left(\frac{\partial \alpha_s}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s - \frac{1}{c_p}\left[\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s\right] = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s - \frac{1}{c_p}\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_s =$$

$$= \left(\frac{\partial \ln T}{\partial P}\right)_s - \left(\frac{\partial \ln c_p}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial \ln \frac{T}{c_p}}{\partial P}\right)_s.$$

Andererseits läßt sich aus Gleichung (6a) die Beziehung

$$\left(\frac{\partial \alpha_s}{\partial T}\right)_P = -\frac{\partial}{\partial P_s}\left\{\ln\left[1 - \left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P\right]\right\}$$

ableiten, so daß man aus dem Vergleich der beiden letzten Gleichungen erhält

$$\ln\left[1 - \left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P\right] = -\left[\ln\left(\frac{T}{c_p}\right)\right]_{P_s}^{P}$$

oder

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P = 1 - \frac{c_p}{c_{p_0}} \cdot \frac{T_{0s}}{T}, \qquad (8a)$$

als Gegenstück zur Gleichung (8). Mit

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P = 1 - \left(\frac{\partial T_{0s}}{\partial T}\right)_P$$

kann man für Gleichung (8a) auch schreiben

$$\left(\frac{\partial \ln T_{0s}}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}\frac{c_p}{c_{p_0}}. \qquad (8b)$$

Setzt man die Gleichungen (1) und (8a) in die Gleichung (6a) ein, so folgt schließlich, analog Gleichung (7),

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_T = \frac{A}{c_{p_0}} T_{0s}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \alpha_s \frac{c_p}{c_{p_0}} \frac{T_{0s}}{T}. \qquad (7a)$$

Mit

$$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial T_{0s}}{\partial P}\right)_T$$

kann man dafür auch schreiben

$$\left(\frac{\partial \ln T_{0s}}{\partial P}\right)_T = -\frac{A}{c_{p_0}}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P. \qquad (7b)$$

Ist das System $\Delta = f(P, T)$ experimentell nicht gegeben, sondern an dessen Stelle die Zustandsgleichung $v = \varphi(P, T)$, so bleibt noch übrig aus den partiellen Differentialquotienten der Funktionen Δ_i und Δ_s nach den Gleichungen (7) und (8) bzw. (7a) und (8a) diese Funktionen selbst zu bestimmen.

Das allgemeine Integral der partiellen Differentialgleichungen (7) und (8) lautet

$$\Delta_i = T - T_{0i} = T - \frac{i}{c_{p_0}}. \qquad (9)$$

Aus den partiellen Diffentialgleichungen (7a) und (8a) erhält man das Integral

$$\Delta_s = T - T_{0s} = T - K e^{\frac{s}{c_{p_0}}}, \qquad (9a)$$

worin K eine noch zu bestimmende Konstante darstellt [siehe Gleichung (13)]. Aus Gleichung (9a) folgt ferner

$$\ln T_{0s} = \ln K + \frac{s}{c_{p_0}}, \qquad (9b)$$

womit zugleich das Integral der Gleichungen (7b) und (8b) gefunden ist.

Von der Richtigkeit der Lösungen (9) und (9a) kann man sich leicht an Hand der bekannten thermodynamischen Beziehungen

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P = c_p; \quad \left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T = -A\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right];$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P = \frac{c_p}{T}; \quad \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -A\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

überzeugen.

1) C. Linde, a. a. O.

Die Ausdrücke (9) und (9a) für Δ_i und Δ_s dürfen naturgemäß keine willkürlichen Konstanten enthalten, da die Größen der Abkühlung bei Drosselung oder adiabatischer Expansion eindeutig definiert sind. Dagegen enthalten die allgemeinen Ausdrücke für den Wärmeinhalt

$$i = c_{p_0} T - A \int \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - v \right] dP + K_i \quad (10)$$

und für die Entropie

$$s = c_{p_0} \ln T - A \int \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP + K_s \quad (11)$$

die von der willkürlichen Wahl des Nullpunktes abhängigen Konstanten K_i und K_s. Man muß dementsprechend in den Gleichungen (9) und (9a) entweder für i und s die Ausdrücke (10) und (11) unter Fortlassung der willkürlichen Konstanten einsetzen, oder die allgemeinen Integrale in der Form

$$\Delta_i = T - \frac{i - K_i}{c_{p_0}} \quad (12)$$

$$\Delta_s = T - K e^{\frac{s - K_s}{c_{p_0}}} \quad (12a)$$

schreiben, die ebenfalls den Differentialausdrücken (7), (8), (7a) und (8a) genügt.

Es bleibt nun noch die Konstante K in den Gleichungen (9a) bzw. (12a) zu bestimmen. Man erhält die Größe K, indem man Δ_s für ein ideales Gas, welches der Zustandsgleichung $Pv = RT$ genügt, bestimmt. Es wird dann aus Gleichung (11)

$$s - K_s = c_{p_0} \ln T - A R \ln P,$$

also mit

$$\frac{A R}{c_{p_0}} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$$

$$T_{0s} = K e^{\ln T - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \ln P}$$

oder

$$\ln T_{0s} = \ln K + \ln T - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \ln P.$$

Für ein ideales Gas gilt aber für die Adiabate die Beziehung

$$\frac{T}{T_{0s}} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}$$

und daraus ergibt sich die gesuchte Konstante

$$K = P_0^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}. \quad (13)$$

Die Thermodynamik macht seit Gibbs von gewissen Funktionen, durch welche alle anderen Zustandsgrößen dargestellt werden können, häufig Gebrauch. Die Wahl dieser Funktionen hängt davon ab, welche einfache Zustandsgrößen man als unabhängige Veränderliche einführen will. Zu solchen Funktionen, die man als thermodynamische Potentiale oder charakteristische Funktionen bezeichnet, gehören:[1])

$$i = u + A P v; \; F = Ts - u; \; \Phi = Ts - i.$$

Man kann dazu auch die Funktion (9)

$$\Delta_i = T - \frac{i}{c_{p_0}}$$

rechnen, weil auch durch sie die weiteren thermischen Größen bequem darzustellen sind, wenn man den Druck und die Temperatur als unabhängige Veränderliche wählt. Das Gleiche gilt für die Funktionen Δ_s bzw. $\ln T_{0s}$ nach den Gleichungen (9a) und (9b), doch reicht deren Bedeutung praktisch an diejenige von Δ_i nicht heran.

Für ein ideales Gas vereinfachen sich die oben entwickelten Ausdrücke wesentlich. Man findet die entsprechenden Beziehungen, indem man in den Gleichungen (7a), (8a) und (9a) $c_p = c_{p_0}$ setzt und die Gasgleichung $Pv = RT$ einführt. Man kann aber auch einfach von der Gleichung

$$(\Delta_s)_{id} = T - (T_{0s})_{id} = T \left[1 - \frac{(T_{0s})_{id}}{T} \right] = T \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} \right] \quad (9c)$$

ausgehen und erhält dann durch partielle Differentiation

$$\left(\frac{\partial (\Delta_s)_{id}}{\partial T} \right)_P = 1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} = 1 - \frac{(T_{0s})_{id}}{T} \quad (8c)$$

und

$$\left(\frac{\partial (\Delta_s)_{id}}{\partial P} \right)_T = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{T}{P} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot \frac{(T_{0s})_{id}}{P} = (\alpha_s)_{id} \frac{(T_{0s})_{id}}{T}. \quad (7c)$$

Die entwickelten Formeln sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt

Der Vergleich der partiellen Differentialquotienten von Δ in den 3 betrachteten Fällen ergibt sowohl für $\left(\frac{\partial \Delta}{\partial T} \right)_P$ wie auch für $\left(\frac{\partial \Delta}{\partial P} \right)_T$ eine gewisse äußere Ähnlichkeit im Aufbau der Formeln. Bei der adiabatischen Expansion idealer Gase begegnen wir dem Verhältnis $\frac{T_0}{T}$, welches im Falle realer Gase noch mit dem Verhältnis $\frac{c_p}{c_{p_0}}$ zu multiplizieren ist, wogegen bei

1) Vgl. z. B. Bryan, Enzyklopädie d. Math. Wiss. V, 3, 1903; Helmholtz benutzte an Stelle von F die Funktion $F = u - Ts = -F$ und M. Planck an Stelle von Φ die Funktion $\Phi' = s - \frac{i}{T} = \frac{\Phi}{T}$.

	Adiabatische Expansion idealer Gase	Adiabatische Expansion realer Gase	Drosselung realer Gase
α	$(\alpha_s)_{id} = \frac{A v_{id}}{c_{p_0}} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot \frac{T}{P}$	$\alpha_s = \frac{A}{c_p} T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$	$\alpha_i = \frac{A}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right]$
$\left(\frac{\partial \Delta}{\partial T}\right)_P$	$\left(\frac{\partial (\Delta_s)_{id}}{\partial T}\right)_P = 1 - \frac{(T_{s^2})_{id}}{T}$	$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial T}\right)_P = 1 - \frac{c_p}{c_{p_0}} \frac{T_{s^2}}{T}$	$\left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial T}\right)_P = 1 - \frac{c_p}{c_{p_0}}$
$\left(\frac{\partial \Delta}{\partial P}\right)_T$	$\left(\frac{\partial (\Delta_s)_{id}}{\partial P}\right)_T = (\alpha_s)_{id} \cdot \frac{(T_{s^2})_{id}}{T}$	$\left(\frac{\partial \Delta_s}{\partial P}\right)_T = \alpha_s \frac{c_p}{c_{p_0}} \frac{T_{s^2}}{T}$	$\left(\frac{\partial \Delta_i}{\partial P}\right)_T = \alpha_i \frac{c_p}{c_{p_0}}$
Δ	$(\Delta_s)_{id} = T\left[1 - \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right]$	$\Delta_s = T - K\epsilon^{\frac{s - K_s}{c_{p_0}}}$ $\left(K = P_0^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right)$	$\Delta_i = T - \frac{i - K_i}{c_{p_0}}$

der Drosselung realer Gase das Temperaturverhältnis nicht mehr erscheint und nur noch das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_{p_0}}$ auftritt.

(Eingegangen 11. November 1919.)

Elektronenring-Modell und elektrisches Moment einiger Dipolmoleküle.

Von Léon Schames.

§ 1. In einer früheren Mitteilung[1]) wurde gezeigt, daß das aus der chemischen Konstanten berechnete Trägheitsmoment mit dem aus dem ultraroten Absorptionsspektrum berechneten vollkommen übereinstimmt[2]), und ebenso — wenigstens für N_2 — mit dem von Laski[3]) aus dem Anstieg der spezifischen Wärme der inneren Freiheitsgrade abgeleiteten Elektronenring-Modell. In Analogie zu diesem liegt es nahe, ein ähnliches für das Dipolmolekül zu betrachten, was andeutungsweise auch schon von Kossel[4]) geschah. Ausgehend vom Trägheitsmoment kennt man den Abstand der Kerne voneinander und kann dann aus der elektrostatischen Gleichgewichtsbedingung den Abstand der Kerne von der Ebene des Elektronenrings, sowie dessen Radius und aus dem Quantenansatz dann die Winkelgeschwindigkeit berechnen. Aus der so gefundenen Molekülkonstitution ergibt sich ohne weiteres das elektrische Moment. Dieses ist aber von anderen Erscheinungen her bekannt, vor allem aus der Debyeschen[5]) Theorie der Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten. Der Vergleich zeigt, daß das hier berechnete Moment einigemal zu groß wird. Die Ursache dieser Abweichung dürfte vielleicht darin liegen, daß die Elektronen der Moleküle (und Atome) im allgemeinen in Wirklichkeit nicht in ebenen Ringen, sondern in räumlicher Anordnung verteilt sein werden, ähnlich wie dies kürzlich Born[1]) für die Elektronen der Ionen einfacher Kristalle aus deren Kompressibilität geschlossen hat. Für diese räumliche Verteilung der Elektronen im Molekül und Atom sprechen noch einige nicht unwesentliche Punkte aus dem Zustandsproblem, die wir in einem späteren Artikel zusammenstellen wollen.

§ 2. Es bezeichne in einem zweiatomigen Dipolmolekül h den Abstand der Kerne mit der „effektiven" Ladungszahl n_1 bzw. n_2 und der Masse m_1 bzw. m_2 voneinander, r_1, r_2 ihren Abstand vom mechanischen Schwerpunkt, d_1, d_2 ihren Abstand von der Elektronenringebene, a den Radius des Rings von n-Elektronen, ist also

$$n_1 + n_2 = n,$$

$$r_1 + r_2 = d_1 + d_2 = h = \sqrt{\frac{P(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}, \quad (1)$$

so ergibt die elektrostatische Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{n_1 n_2 \varepsilon^2}{h^2} = \frac{n n_1 \varepsilon^2 d_1}{(a_2 + d_1^2)^{3/2}} = \frac{n n_2 \varepsilon^2 d_2}{(a^2 + d_2^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

woraus

$$\left(\frac{a}{h}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_2} \cdot \frac{d_1}{h}\right)^{2/3} - \left(\frac{d_1}{h}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_1} \frac{d_2}{h}\right)^{2/3} - \left(\frac{d_2}{h}\right)^2.$$

Setzt man

$$\frac{d_1}{h} = x, \text{ also } \frac{d_2}{h} = 1 - x,$$

so folgt:

1) L. Schames, diese Zeitschr. 21, 39, 1920.
2) Vgl. jedoch die folgende Bemerkung S. 158.
3) G. Laski, diese Zeitschr. 20, 269, 1919.
4) W. Kossel, Ann. d. Phys. 49, 229, 1915.
5) P. Debye, diese Zeitschr. 13, 97, 1912.

1) M. Born, Verh. d. D. phys. Ges. 20, 230, 1918.

$$\left(\frac{n}{n_2}x\right)^{5/3} - \left|\frac{n}{n_1}(1-x)\right|^{5/3} + 1 - 2x = 0. \quad (4)$$

Hieraus ist x zu berechnen. x gibt also den Bruchteil von h an, wo der Ringmittelpunkt oder „der elektrische Schwerpunkt des Rings" liegt. „Der elektrische Schwerpunkt der Kerne" liege im Abstand $y \cdot h$ vom Kern n_1, wobei also

$$y = \frac{n_2}{n}. \quad (5)$$

Wir haben es also hier mit einem Dipol zu tun, dessen Länge l

$$l = \pm (x - y)\, h \quad (6)$$

und dessen Moment M

$$M = n\varepsilon l. \quad (7)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω der Elektronen im Ring berechnet sich aus dem bekannten Quantenansatz

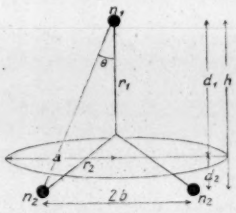
$$n a^2 \omega = \frac{kh}{2\pi}, \quad (8)$$

wobei die Quantenzahl k für den zweiten und dritten Ring $= 2$ ist.

§ 3. Bei einem dreiatomigen Molekül mit einem Kern der effektiven Ladungszahl n_1 und zwei gleichen Kernen n_2,

$$\text{also } n_1 + 2n_2 = n,$$

bezeichne h die Dreieckshöhe auf der Grundlinie $2b$ (vgl. die Figur); dann findet man die



Dimensionen h, b, r_1 und r_2 aus den drei Gleichungen für die Hauptträgheitsmomente

$$\left.\begin{aligned} P &= m_1 r_1^2 + 2m_2 r_2^2 \\ Q &= m_1 r_1^2 + 2m_2 (h - r_1)^2 \\ R &= 2m_2 b^2 \end{aligned}\right| \quad (1a)$$

und aus

$$r_2^2 = (h - r_1)^2 + b^2. \quad (3)$$

Die Gleichgewichtsbedingung wird hier

$$\frac{2n_1 n_2 \varepsilon^2 h}{(h^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{n n_1 \varepsilon^2 d_1}{(d_1^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{2n n_2 \varepsilon^2 d_2}{(d_2^2 + a^2 + b^2)^{3/2}}, \quad (2a)$$

woraus

$$\left(\frac{a}{h}\right)^2 = \left(\frac{n}{2n_2}x\right)^{2/3}\left\{1 + \left(\frac{b}{h}\right)^2\right\} - x^2 = \left| = \left(\frac{n}{n_1}x\right)^{2/3}\left\{1 + \left(\frac{b}{h}\right)^2\right\} - \left(\frac{h}{b}\right)^2 - (1-x)^2\right|, \quad (3a)$$

wobei wieder $\frac{d_1}{h} = x$, also $\frac{d_2}{h} = 1 - x$. Als Bestimmungsgleichung für x folgt dann

$$\left(\frac{n}{2n_2}x\right)^{2/3} - \left|\frac{n}{n_1}(1-x)\right|^{2/3} + 1 - \frac{2x}{1 + \left(\frac{b}{h}\right)^2} = 0. \quad (4a)$$

Weiter wird analog wie oben

$$y = \frac{2n_2}{n}, \quad (5a)$$

während die Gleichungen (6), (7) und (8) unverändert bleiben.

§ 4. Die hier abgeleiteten Beziehungen wollen wir nun anwenden zur Bestimmung der Dimensionen und der elektrischen Momente von CO, HCl, H_2O und CO_2. Für CO haben wir l. c. das Trägheitsmoment bestimmt; für HCl läßt sich aus Mangel an thermischen Daten die chemische Konstante noch nicht mit der gewünschten Genauigkeit angeben, wir nehmen deshalb hierfür den Bjerrumschen[1]) Wert für P, der entsprechend Gleichung (7) l. c. zu halbieren ist. Für H_2O und CO_2 gibt die chemische Konstante nur den algebraischen Mittelwert aus den drei Hauptträgheitsmomenten. Während jedoch für H_2O diese einzeln aus dem ultraroten Absorptionsspektrum bekannt sind, bedarf es für CO_2 dafür einer besonderen Betrachtung, die sich folgendermaßen gestaltet.

Außer dem Produkt PQR hat man für dreiatomige Moleküle, wegen der ebenen Anordnung der Kerne, als weitere Bestimmungsgleichung: $Q + R = P$, so daß nur noch die dritte Beziehung fehlt. Diese entnehmen wir einer Betrachtung Bjerrums[2]). Dort werden die Möglichkeiten für den $\sphericalangle \Theta$ (vgl. die Figur) für CO_2 diskutiert, und zwar werden zwei unter Annahme von Zentralkräften $\Theta_1 = 72^0{,}5$, $\Theta_2 = 20^0{,}3$ und zwei weitere unter Annahme von Valenzkräften gefunden $\Theta_3 = 67^0{,}5$ und $\Theta_4 = 20^0{,}4$. Zu einer Entscheidung, welcher Winkel bei CO_2 verwirklicht ist, gelangte Bjerrum nicht. Von dem hier vertretenen Standpunkt scheiden für CO_2 stumpfe Winkel an der Spitze (also für 2Θ) aus. Es bleibt demnach Fall 2 oder 4. Da hierbei die Winkel praktisch gleich sind, erübrigt sich die Diskussion, welche Annahme berechtigter sei. Wir

1) N. Bjerrum, Verh. d. D. phys. Ges. 16, 640, 1914.
2) N. Bjerrum, l. c. S. 737.

können vielmehr als 3. Bestimmungsgleichung hinzufügen

$$\text{tang}\,\Theta = \frac{b}{h} = 0{,}37\,,$$

so daß wir auch für CO_2 die drei Hauptträgheitsmomente und mithin die übrigen Größen berechnen können. Die betreffenden Resultate sind in folgender Tabelle mit enthalten.

	CO	HCl	H_2O	CO_2
$P \cdot 10^{40}$	10,07	2,7	2,21	9,40
$Q \cdot 10^{40}$	10,07	2,7	1,25	5,83
$R \cdot 10^{40}$	0	0	0,96	3,57
n_1	6	7	6	4
n_2	4	1	1	6
$h \cdot 10^8$	0,951	1,31	0,657	0,708
$b \cdot 10^8$	—	—	0,542	0,262
$r_1 \cdot 10^8$	0,4075	0,036	0,0734	0,515
$r_2 \cdot 10^8$	0,5435	1,274	0,796	0,325
x	0,184	0,0034	0,027	0,90
y	0,400	0,125	0,250	0,75
$d_1 \cdot 10^8$	0,175	0,0045	0,0177	0,637
$d_2 \cdot 10^8$	0,776	1,3055	0,639	0,071
$a \cdot 10^8$	0,713	0,786	0,402	0,485
$\omega \cdot 10^{-16}$	4,60	3,78	14,4	9,92
$l \cdot 10^8$	0,205	0,159	0,146	0,106
$M \cdot 10^{18}$	9,70	6,02	5,52	8,01
$M \cdot 10^{18}$ (Jona[1])	—	—	1,87	$0{,}303 + 0{,}145$

Ebensowenig wie für H_2O gilt demnach für CO_2 die vereinfachende Annahme Sackurs[2]: $Q = R$; hingegen verhält sich mit einer Genauigkeit von 2 Proz. $Q : R$ ganzzahlig, und zwar für H_2O wie $4:3$, für CO_2 wie $5:3$. Dem mittleren Trägheitsmoment (Q) für CO_2 entspricht eine Wellenlänge $\lambda_R = 1055$, während v. Bahr[3]) aus den Maxima der Doppelbanden 1265 und 1100 fand, was in Anbetracht der schwierig ganz genauen Festlegung der Maxima wohl als befriedigende Übereinstimmung gelten darf.

Die hier durchgerechneten Modelle enthalten also für CO, HCl, H_2O und CO_2 10, 8, 8 und 16 Elektronen im Ring. An Stelle letzterer Zahl wäre es wohl richtiger, 2 Ringe mit je 8 Elektronen einzuführen; dementsprechend hätte hier die Größe a für CO_2 nur den Charakter eines mittleren Radius. Analoges gilt für die Winkelgeschwindigkeit ω. Auf das elektrische Moment hätte dies aber keinen Einfluß.

§ 5. Wie schon eingangs erwähnt, ergibt sich das elektrische Moment hier wesentlich zu groß, wie der Vergleich mit den in der letzten Reihe der Tabelle angeführten Zahlen Jonas für H_2O und CO_2 zeigt; wahrscheinlich gilt dasselbe auch für die zweiatomigen Gase, jedoch ist bei diesen M anderweitig leider noch nicht ermittelt, was gerade bei der verhältnismäßigen Einfachheit dieser Gase von besonderer Wichtigkeit wäre. Das zu große Moment M ist augenscheinlich durch eine zu große Länge l des Dipols bedingt; letztere würde sich verkleinern, wenn die Elektronen nicht in einem ebenen Ring, sondern räumlich verteilt wären. Das hier erhaltene Resultat scheint daher zugunsten einer räumlichen Anordnung der Elektronen im Dipolmolekül zu sprechen, was man dann aber wohl sinngemäß auch auf andere Moleküle und Atome wird übertragen dürfen. Von ganz andrer Seite, nämlich vom Studium des Zustandsproblems aus, bin ich früher[1]) schon zu einer ähnlichen Auffassung gelangt; die einzelnen Gründe sollen später zusammengestellt werden.

Anm. bei der Korrektur: Nachträglich finde ich bei Bohr (Phil. Mag. **26**, 860, 1913) eine Stabilitätsbedingung, aus der hervorgeht, daß ein dem H_2 analoges Molekülmodell nur für H_2 selbst stabil, für Elementarmoleküle mit größerer Elektronenzahl aber instabil ist. Ist die Bohrsche Stabilitätsbedingung richtig, so läßt sie sich leicht auf Verbindungsmoleküle erweitern und es folgt dann sowohl für die Laskischen Modelle für N_2 und O_2, als auch für das Kosselsche Modell für HCl usw., sowie für die hier behandelten, daß sie nicht stabil sind. Auch diese Überlegung dürfte zugunsten einer räumlichen Anordnung der Elektronen im Molekül sprechen.

1) M. Jona, diese Zeitschr. **20**, 14, 1919.
2) O. Sackur, Ann. d. Phys. **40**, 87, 1913.
3) E. v. Bahr, Verh. d. D. phys. Ges. **15**, 1158, 1913.

1) Vgl. den Hinweis im Schlußsatz von L. Schames. Ann. d. Phys. **57**, 346, 1918.

Frankfurt a. M., 4. September 1919.

(Eingegangen 14. September 1919.)

Bemerkung zur Ableitung der chemischen Konstanten mehratomiger Gase aus dem Planckschen Wahrscheinlichkeitsbegriff[1]).

Von Léon Schames.

Herr Stern war so freundlich, mich darauf aufmerksam zu machen, daß die strenge Durchführung der Berechnung des Elementargebiets der Wahrscheinlichkeit nach Planck für die chemische Konstante mehratomiger Gase zum gleichen Resultat führt, wie die Sackur-Tetrodeschen Rechnungen. Wenn es mir selbst auch schon von vornherein aufgefallen war, daß sich in diesen — jetzt also auch auf diesem Wege bestätigten — Rechnungen kein Fehler

1) L. Schames, diese Zeitschr. 21, 38, 1920.

finden ließ, so war ich in dem Schluß[1]), daß der dritte Rotationsfreiheitsgrad zum Wert der chemischen Konstanten den gleichen Beitrag liefern müsse, wie die beiden ersten aus dem Grunde bestärkt worden, weil sich dann erstens das Trägheitsmoment des H_2O in guter Übereinstimmung mit dem aus dem Rotationsspektrum berechneten (Tabelle I, S. 40) und zweitens die zu (4) vollkommen analoge Gleichung (5) ergab (Anm. 3, S. 41). Mit dem Sackur-Tetrodeschen Wert der chemischen Konstanten findet man für H_2O

$$\sqrt[3]{PQR} = 0{,}94 \cdot 10^{-40},$$

während aus dem Rotationsspektrum nach

Plancks	I. Theorie	1,38 „
„	II. „	2,48 „

folgt. Der Grund dieses Widerspruchs bleibt noch aufzuklären.

1) Dieser Schluß ist aus dem Grunde nicht richtig, weil beim zweiatomigen Molekül die Größe des Gebiets für die Variabeln 4π, beim drei- und mehratomigen Molekül hingegen $4\pi \cdot 2\pi$ ist.

Frankfurt a. M. 15. Februar 1920.

(Eingegangen 17. Februar 1920.)

Kolorimetrische Untersuchungen. V.

Von Otto Meißner.

I. Filterprüfungen.

Um die mir von Herrn Geheimrat W. Ostwald freundlichst übersandten Filter betreffs ihres Anwendungsgebietes noch etwas genauer zu prüfen als durch die summarische Prüfung mittels des Farbenkreises, bestimmte ich die Helligkeit zweier Papierstücke „b" und „c", für die ich früher mit den „Hauchblattfiltern" die Kennzahlen $b \equiv 14 \cdot 10 \cdot 35$, $c \equiv 07 \cdot 19 \cdot 06$ gefunden hatte, je 12 mal mit allen 7 Filtern 1, 2, 3, 4, 4b, 5, 6.

Das Ergebnis steht in Tabelle I. Hierin bedeutet: M den Mittelwert der mittleren Fehler, die sich auf eine Einzelmessung beziehen; in Klammern ( ) sind sie in Prozenten der jedesmaligen mittleren Helligkeit ausgedrückt; q ist der nach dem Abbe-Helmert-Kriterium berechnete Quotient aus doppelter Fehlerquadrat- und Fehlerdifferenzquadratsumme, der bei Zufallsreihen $= 1$ ist; k_1 bedeutet den Korrelationsfaktor zwischen Helligkeit und in Prozenten derselben ausgedrückten mittleren Fehler, k_2 zwischen Helligkeit und absolutem Betrag des mittleren Fehlers selbst.

In der 2. Hälfte der Tabelle bedeutet der

Tabelle I.

Filter-Nummer	„b"	„c"
1	56,0 ± 4,9 (9)	78,5 ± 5,3 (7)
2	73,5 4,9 (7)	87,3 6,4 (7)
3	64,6 5,6 (9)	80,3 5,0 (6)
4	15,7 4,2 (26)	12,5 3,4 (26)
4b	15,1 3,6 (24)	12,5 4,2 (37)
5	20,2 4,8 (24)	24,8 6,7 (27)
6	28,5 5,3 (19)	52,2 4,4 (8)
M	4,8 ± 0,25	5,1 ± 0,45
q	1,20 ± 0,17	0,85 ± 0,17
k_1	+ 0,623 ± 0,295	+ 0,458 ± 0,335
k_2	− 0,983 ± 0,068	− 0,954 ± 0,108
c	14	7
w_0	15,1 ± 3,6	12,5 ± 3,4
w_μ	10,5 2,8	18,5 4,1
Δw	+ 4,6 4,5	− 6,0 5,3
s_0	26,5 4,9	12,7 6,4
s_μ	34,8 6,6	6,2 3,0
Δs	− 8,3 8,2	+ 6,5 7,1
r_0	58,4 6,1	74,8 7,2
r_μ	54,7 7,1	75,3 5,1
Δr	+ 3,7 9,4	− 0,5 8,8

Index o die Messungen mit Ostwalds, μ die mit meinen (Meißners) Filtern, w, s, r Weiß-, Schwarzgehalt und Reinheit, Δ die Differenzen, die wie man sieht, innerhalb der Messungsunsicherheit liegen.

Folgendes sind die aus der Tabelle mit Sicherheit abzuleitenden Ergebnisse. Das Minimum der Helligkeit ergibt sich bei der Betrachtung durch das am besten passende Sperrfilter, das Maximum durch das geeignetste Durchlaßfilter. Im Grenzfall, bei den „unbunten" grauen Farben muß die Helligkeit sich überall gleich und gleich der Beobachtung mit bloßem Auge ohne Filter ergeben. Wie steht es nun hier? 4 und 4b sind nahezu gleich gute Sperrfilter für diese Farbtöne (14c und 7c), aber nur 2 ist das richtige Durchlaßfilter; Filter Nr. 3, das eigentlich auch hierfür geeignet sein sollte, gibt schon ca. 8 ± 5 Proz. zu kleine Werte, also zu großen Schwarzgehalt und entsprechend zu kleine Reinheit. Die primitiven „Hauchblattfilter" haben sich als gar nicht so schlecht erwiesen!

Das zweite, vielleicht noch interessantere Ergebnis ist nicht physikalischer, sondern psychologischer Natur.

Die Grauskala ist von W. Ostwald, dem Weber-Fechnerschen Gesetz entsprechend, logarithmisch gewählt, wie das ja z. B. auch „unbewußt" bei der Klassifizierung der Sterne nach Sterngrößen der Fall gewesen ist. Dem Weber-Fechnerschen Gesetz entsprechend sollte man nun annehmen, daß die mittleren Fehler den Helligkeiten proportional wären. Etwas Derartiges ist nun zwar auch angedeutet: k_1 ist positiv und $>$ als sein mittlerer Fehler, aber der von — 1 kaum verschiedene Wert von

k_2 lehrt, daß in diesem Falle die absolute Fehlergröße nahezu konstant ist, also von der Helligkeit so gut wie unabhängig, im Gegensatze zum Weber-Fechnerschen Gesetz, wonach diese Konstanz eintreten müßte, wenn man die mittleren Fehler in Prozenten oder Bruchteilen der betreffenden Helligkeit angäbe!

Eine weitere Untersuchung belehrte mich, daß eine Verallgemeinerung dieser immerhin überraschenden Ergebnisse voreilig gewesen wäre wegen der impliziten Voraussetzung der „Idealität" der Ostwaldfilter, die sich als nicht streng vorhanden erwies. So ist auch dies wieder ein Beweis für die zwar theoretisch allgemein be- und anerkannte, aber in der Praxis meist in Vergessenheit geratende Lehre, daß die stillschweigend gemachten Voraussetzungen die gefährlichsten sind.

Zur weiteren Prüfung der Filter zwecks genauerer Untersuchung benutzte ich 3 der 100 mir von Herrn Geheimrat Ostwald selbst übersandten Farbaufstriche, und zwar die Nummern 30, 55 und 85, deren erste ich als „rot mit einem kleinen Stich ins Bläuliche, deren zweite ich als reinblau und die dritte als reingrün bezeichnen würde. (Schon Ostwald selbst hebt wiederholt hervor, daß die Gegenfarben von reingelb 50 und reinrot 25 nicht rein-blau und -grün, sondern rötlichblau bzw. bläulichgrün sind.) Bei diesen offenbar mit großer Sorgfalt („Liebe") hergestellten Farbaufstrichen war infolge der gleichmäßigen und spiegelungsfreien Oberfläche die Messungsgenauigkeit erheblich größer. Tabelle II gibt die Resultate.

Mitteilung auf Grund summarischer Betrachtung des Farbkreises der „Farbenfibel" annahm.

Nun ist aber noch bezeichnenderweise der mittlere Fehler, d. h. also die Messungsgenauigkeit des Graus im Mittel der 3 Farben von der Filterfarbe abhängig, und zwar am kleinsten für die „hellen" roten Filter Nummer 2 und 3: $1{,}0 \pm 0{,}4$, am größten für die „dunklen" blauen Filter 4, 4b und 5: $2{,}7 \pm 0{,}2$, etwas kleiner, aber immer noch doppelt so groß wie bei den roten, bei den „trüben" grünen Filtern 5, 6 und 1: $2{,}0 \pm 0{,}5$. Gibt man nach einigermaßen sicherer Schätzung den Filtern 1 bis 6 in dieser Reihenfolge die Farbnummern 95, 20, 25, 45, 50, 70, 85, so ergibt sich der mittlere Filter in seiner Abhängigkeit von der Filterfarbe zu

$$1{,}9 - 7{,}4 \sin 3{,}6c - 8{,}6 \cos 3{,}6c.$$
$$\pm 1{,}5 \qquad\qquad \pm 2{,}6$$

Da die mittleren Fehler der Koeffizienten nicht gerade klein sind, aber immerhin die Realität der Koeffizienten selbst verbürgen, ist hierin wohl der Grund zu suchen, weshalb der mittlere Fehler sich dem Weber-Fechnerschen Gesetz nicht so recht fügen will[1]).

2. Die Reinheit der Farben im 24teiligen Farbenkreise der „Farbenfibel".

Die im Augusthefte dieser Zeitschr. in der Königschen Rezension der Ostwaldschen Veröffentlichungen über seine Farbenlehre ausgesprochene Behauptung, es fehle im Farbenkreise der „Farbenfibel" das reine Rot, brachte mich auf den Gedanken, mit Hilfe meiner Ostwald-

Tabelle II.

Farbe	30	55	85	Mittel des μ	Filterfarbe
Filter 1	$40{,}2 \pm 2{,}8$ (7)	$13{,}2^* \pm 1{,}2$ (9)	$40{,}8 \pm 1{,}8$ (4)	1,9	gelbgrün
„ 2	$100^* \pm 0$ —	$13{,}8 \pm 1{,}1$ (8)	$20{,}8^* \pm 0{,}8$ (4)	0,6	rot
„ 3	$92{,}0 \pm 2{,}0$ (2)	$19{,}4 \pm 1{,}0$ (5)	$24{,}6 \pm 1{,}2$ (5)	1,4	rot
„ 4	$39{,}6 \pm 4{,}2$ (11)	$57{,}6^* \pm 2{,}9$ (5)	$33{,}8 \pm 1{,}6$ (5)	2,9	blau
„ 4b	$35{,}6 \pm 2{,}9$ (8)	$53{,}8 \pm 1{,}7$ (3)	$34{,}6 \pm 3{,}3$ (10)	2,6	blau
„ 5	$17{,}6 \pm 1{,}8$ (10)	$37{,}2 \pm 2{,}9$ (8)	$68{,}0^* \pm 2{,}8$ (4)	2,5	blaugrün
„ 6	$16{,}2^* \pm 1{,}9$ (12)	$23{,}4 \pm 1{,}1$ (5)	$58{,}8 \pm 1{,}6$ (3)	1,5	grün
Mittel	$2{,}2 \pm 0{,}5$ (6)	$1{,}7 \pm 0{,}3$ (6)	$1{,}9 \pm 0{,}3$ (5)	1,9 (6)	—
k_1	$+ 0{,}917 \pm 0{,}151$	$+ 0{,}750 \pm 0{,}248$	$+ 0{,}367 \pm 0{,}354$	$+ 0{,}67 \pm 0{,}28$	—
k_2	$(- 0{,}153 \pm 0{,}375)$	$- 0{,}179 \pm 0{,}374$	$- 0{,}317 \pm 0{,}360$	$- 0{,}22 \pm 0{,}09$	—

Die Bezeichnungen sind dieselben wie in Tabelle I. — Der mittlere Fehler einer Einzelbeobachtung ist hier nur 2 Proz., dort 5 Proz. der Skala, hier 6 Proz., dort 17 Proz. der gemessenen Helligkeit. Er ist also auf beinahe ein Drittel gesunken. Sehr interessant ist, daß hier normalerweise k_1 groß, k_2 stets $<$ als sein mittlerer Fehler ist. Wieder aber zeigt sich, daß das Anwendungsgebiet der einzelnen Filter doch beschränkter ist, als ich in meiner vorigen Filter den Graugehalt dieser Farben zu bestimmen. Wenn meine Annahme richtig ist, daß in allen Exemplaren der Farbenfibel die Farben die gleichen sind, so würde einer Wiederholung dieser Prüfung von anderer Seite gleich einen wertvollen Aufschluß über die hier auftretenden „persönlichen" Fehler geben. Ich

1) Analoge Fälle dürften nicht selten sein, wo sich gleichfalls eine scheinbare Ungültigkeit dieses psychophysischen Grundgesetzes herausstellt!

habe die Untersuchung nur einmal ausgeführt, da ich zu diesen Arbeiten nur meine freie Zeit benutzen kann, und weil meine Augen durch die jeder Beschreibung spottende Gasbeleuchtung in Potsdam während der letzten Kriegswinter stark gelitten haben. Die mittlere („innere") Unsicherheit beträgt nach den Resultaten des 1. Abschnittes aber nur etwa 2 Proz., die Genauigkeit ist also für vorliegende Zwecke immerhin ausreichend.

Tabelle III.

Farbton-Filter	1	2	3	4[2]	4b[2]	5	6	w	s	r
00	80	68	72	25	27	78	85	25	15	60
04	72	72	72	9	7	35	80	7	20	73
08	68	72	66	9	7	32	52	7	28	65
13	65	72	66	9	8	25	27	8	28	64
17	62	70	63	12	10	15	15	10	30	60
21	58	70	61	20	17	12	13	12	30	58
25	35	70	61	32	23	10	10	10	30	60
29	25	65	61	35	27	10	10	10	35	55
33	10	52	56	40	32	12	10	10	44	46
38	9	48	50	44	36	14	9	9	50	41
42	9	44	44	44	42	18	8	8	56	36
46	9	35	38	46	44	22	9	9	54	37
50	9	20	27	48	44	25	17	9	52	39
54	9	8	17	55	52	38	20	8	45	47
58	10	7	12	52	56	45	23	7	44	49
63	17	7	9	50	56	52	27	7	44	49
67	20	9	9	44	52	61	30	9	39	52
71	23	9	6	42	48	61	42	6	39	55
75	23	10	6	40	44	61	44	6	39	55
79	27	10	9	38	36	64	46	9	36	55
83	38	10	17	25	28	68	52	10	32	58
88	60	27	27	20[3]	23[3]	72	72	20	28	52
92	72	58	52	20[3]	23[3]	72	80	20	20	60
96	75	70	61	25	27	80	85	25	15	60
00[1]	79	70	70	25	27	80	85	25	15	60

Tabelle III enthält die Ergebnisse der Untersuchung. Als Weiß- bzw. Schwarzgehalt w und s ist jeweils das Minimum bzw. die Ergänzung des Maximums zu 100 angenommen, was offenbar im Falle „idealer" Filter streng richtig, sonst aber, und also zweifellos auch hier, nur eine mehr oder weniger gute Annäherung ist.

Zunächst sieht man, daß der Gültigkeitsbereich der einzelnen Filter gegen meine früheren Angaben stark eingeschränkt werden muß, wenn man auch nur eine Genauigkeit von 5 Proz. der beobachteten Helligkeit haben will. Wie groß dürfen unter dieser Annahme die Differenzen der Helligkeit einer Farbe für 2 Filter sein? Die persönlichen Fehler geben als Beitrag zum Fehlerquadrat 2×6^2 (nach Tab. II), dazu $5^2 = 25$ gibt $\varepsilon^2 = 97$, $\varepsilon = \pm 10$. (Für die kleinen Helligkeiten habe ich 20 Proz. als zulässigen Maximalfehler angenommen.)

Demnach wäre brauchbar:

das Filter Nummer	als Durchlaßfilter für die Nummern des Farbenkreises	als Sperrfilter
1	92—17	33—58
2	04—42	54—83
3	04—42	63—79
4	38—63	88—17
4b	42—63	88—17
5	63—00	21—33
6	88—04	21—46

Hieraus läßt sich eine interessante Folgerung über den Farbton der Filter ziehen, der in der Untersuchung des vorigen Abschnittes nur geschätzt war. Bezeichnet man den mittleren Farbton, für den das Filter als Durchlaßfilter gilt, mit D_m, für das „Sperrgebiet" entsprechend mit S_m, so müßte sein

$$D_m - S_m \pm 50,$$
$$S_m = D_m \pm 50.$$

Dieser Bedingung entsprechen nur die gelbgrünen („trüben") Filter 1 und 6 schlecht; es ist für

Filter	D_m	$S_m \pm 50$	Mittel	Schätzung
1	$41/2$	$95\,1/2$	$0 + 4\,1/2$	95
2	23	$18\,1/2$	21 ± 2	20
3	23	21	22 ± 1	25
4	$50\,1/2$	$52\,1/2$	51 ± 1	45
4b	$52\,1/2$	$52\,1/2$	52.	50
5	$81\,1/2$	77	79 ± 2	70
6	96	$83\,1/2$	$90 + 6$	85

Die fetten Zahlen sind also angenähert als Farbtöne anzusehen. Es ist leicht begreiflich, daß man auf diese Weise die — von Ostwald bisher nicht behandelten — Farbtöne transparenter Farben ermitteln kann, während die Bestimmung ihres Graugehaltes auf diesem Wege einstweilen wegen der Relativität der Messungen noch auf zurzeit unaufgelöste Schwierigkeiten stößt.

Zur Betrachtung der Tabelle III zurückkehrend bemerkt man, daß Weiß- und Schwarzgehalt, und folglich auch die Reinheit, sich systematisch mit dem Farbton ändern. Wegen der Geschlossenheit des Farbenkreises handelt es sich also um eine Periodizität, und zwar beim Weißgehalt eine doppelte, beim Schwarzgehalt und der Reinheit eine einfache. Das Abbe-Helmertsche Kriterium ergibt als Werte für den Quotienten 2Σ der Fehlerquadrate: Σ der Quadrate der Fehlerdifferenzen für

den Weißgehalt w: $3{,}05 \pm 0{,}5$
den Schwarzgehalt s: $13{,}2 \pm 0{,}5$
die Reinheit r: $7{,}0 \pm 0{,}5$

} statt 1 bei zufälliger Fehlerverteilung.

1) Von der obersten unabhängige Messung.

2) Farbenkreis zeigt mit Ausnahme der Nummern 04 bis 17 noch deutliche Färbungsspuren, zumal im Grün.

3) 88 und 92 erscheinen merklich dunkler als die angrenzenden Farben.

Es wird, wenn c den Farbton bezeichnet:

$$w = 12{,}0 + (4{,}4 \pm 1{,}4)\cos(3{,}6c - 6)^0 + (4{,}0 \pm 1{,}2)\cos(7{,}2c - 314)^0$$
$$s = 36{,}2 + (16{,}2 \pm 1{,}2)\cos(3{,}6c - 180)^0$$
$$r = 51{,}8 + (11{,}2 \pm 1{,}8)\cos(3{,}6c - 1)^0.$$

Das heißt: der Weißgehalt der Farben im Farbenkreise der Farbenfibel schwankt relativ wenig; von 88—00 ist er etwa 20 Proz., sonst etwas unter 10 Proz. Der Schwarzgehalt ist bei gelb am geringsten, bei blau (violett) am größten; die Reinheit richtet sich naturgemäß wesentlich nach dem Schwarzgehalt. Da sie bei den roten Farben nur etwa 60 Proz. beträgt (bei den blauen nur 40), ist es erklärlich, daß W. König in seinem Referat ein „reines", d. h. wenigstens 75—80 proz. Rot in der Farbenfibel vermißt, obwohl der zugehörige Farbton 25 natürlich da ist. Ebenso erklärlich ist, daß dem Referenten die blauen Farben dunkel oder „trüb", d. h. mit einem großen Gehalt an „mittlerem Grau" behaftet erscheinen: der Graugehalt beträgt für die Nummern 38—63 $^1/_2$ bis $^2/_3$ und der Weißgehalt dieses Grau etwa 18 Proz.; das ist aber genau das „mittlere Grau", entsprechend dem geometrischen Mittel aus 100 und dem noch 2—4 Proz. Weiß enthaltenden „tiefsten" Schwarz (vom absolut schwarzen Körper abgesehen). Beifügung eines mittleren Grau macht aber die Farben trübe oder „schmutzig". Die hellgrünen Farben des Farbenkreises der Farbenfibel enthalten ein 50—60 proz., also schon sehr helles Grau, aber auch bei den orange bis roten Farbtönen ist der Weißgehalt des Graus noch ungefähr $^1/_3$, was psychologisch gleichfalls noch ein ziemlich helles Grau ergibt (in Ostwalds „ABC-Skala" $= H^1$), in der hundertteiligen Skala Nr. 28; Nr. 16 bereits enthält nur noch 50 Proz. Weiß!).

Um schließlich noch auf die Differenz zwischen Schätzung und Messung des Farbtons der Farbenfibel zurückzukommen, so entsprechen die Differenzen, z. B. daß Filter 1 und 6 „zu grün" geschätzt sind, durchaus dem von Ostwald auf S. 26 der Farbenfibel Gesagten. Es kommt dies wieder auf die von Ostwald selbst bemerkte und von mir erläuterte[2]) Tatsache hinaus, daß man verdunkeltes Gelb als Olivgrün, Braun oder ähnlich bezeichnet. Übrigens liegen auch gerade für die Filter 1 und 6 Durchlaß- und Sperrgebiet auffällig unsymmetrisch, wie schon oben hervorgehoben wurde. Das kann neben andern auch wohl physiologische Gründe haben, auch an dem Schwarzgehalt der blauen Farben des Farbenkreises liegen.

1) Beiträge zur Farbenlehre I—V, S. 60 [422] und an anderen Stellen.

2) Diese Zeitschrift **20**, 345, 1919.

3. Beispiele dunkelklarer Farben.

Wie Ostwald mehrfach hervorhebt, machen die „dunkelklaren" Farben (mit $w \sim 0$) einen besonders „schönen", gesättigten Eindruck. Ich bekam nun von einem meiner Privatschüler[1]) eine Anzahl Proben von Offiziersachselstücken des früheren Kaiserlichen Deutschen Heeres. Diese machen sämtlich obigen Eindruck. Die Messung ergab:

Nr.	c	w	s	r	Bemerkungen
1	07	03	92	05	tiefrotbraun!
2	15	04	40	56	grellziegelrot
3	17	03	35	62	
4	23	04	65	31	bräunlichrot
5	29	03	35	62	—
6	21	04	50	46	—
7	33	03	85	12	rotbraun
8	34	04	80	16	merklich heller als 7
9	78	03	85	12	
10	88	03	75	22	noch ziemlich hell!

Tatsächlich gehören also alle Farben der dunkelklaren Reihe an, denn die 3—4 Proz. Weiß liegen an der Grenze der Erkennbarkeit. Bemerkenswert ist, daß 2 und 3 mit 35 bis 40 Proz. schwarz noch grell, die grüne Farbe 10 aber sogar bei $^3/_4$ schwarz noch hell aussieht! Was man als „reines Grün" anspricht, hat eben stets bereits einen hohen Schwarzgehalt (vgl. meine Untersuchungen über die Blattfärbungen!). Hier dürften noch manche Fragen zu lösen sein[2]).

Zusatz zu meinem Aufsatz Phys. Zeitschr. 1919, S. 344 betr. Albedo:

Nach W. Ostwald, Physikalische Farbenlehre, S. 144, ist die Albedo anzusetzen:

$$h = rh_0 + w,$$

mit w als Weißgehalt, r als Reinheit; h_0, die „Helligkeit der Vollfarbe" ist S. 145 a. a. O. tabuliert. Mit der Lambertschen Albedo stimmt diese aber nicht überein.

1) W. Hulverscheidt, dem Sohne eines verstorbenen Tuchfabrikbesitzers in Aachen.

2) Vgl. hierzu W. Ostwald, Physikal. Farbenlehre, S. 232ff.

Potsdam, 8. August 1919.

(Eingegangen 10. August 1919.)

Über eine neue periodische Beziehung zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente.

Von Karl Fehrle.

Den nachfolgenden Ausführungen zugrunde gelegt ist das Atommodell meiner früheren Arbeit[1]). Ich nehme an, daß die Molekeln

1) Diese Zeitschr. 19, 281, 1918.

der Elemente aus Kugelschalen zusammengesetzt sind, auf deren Oberfläche die „Atome" — „Atom" im Sinne meiner früheren Arbeit — sich bewegen, und daß sie sich dadurch voneinander unterscheiden, daß jede eine Kugelfläche mehr enthält, als die des im periodischen System zunächst vorhergehenden Elementes. Die Verteilungsdichte der „Atome" auf den einzelnen Flächen sei die gleiche, ihre Zahl also gegeben durch

$$N_n = 4\pi r_n^2 k, \qquad (1)$$

wo k die auf den Quadratzentimeter entfallende Zahl von „Atomen", also von der Dimension $[l^{-2}]$ ist. r_n bedeutet den Radius der n-ten Kugelfläche. Radius und Winkelgeschwindigkeit sollen jedoch, indem als „Atom" das Elektron betrachtet wird, nach der bekannten, von Bohr verwendeten, Beziehung voneinander abhängen:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{r_n^3}}\sqrt{\frac{N_n e^2}{m}}\ [t^{-1}], \qquad (2)$$

wo ω_n die Winkelgeschwindigkeit auf der n-ten Kugelfläche, e die Ladung, m die Masse des Elektrons bedeutet und N_n durch (1) gegeben ist. Die Energie habe ich in meiner früheren Arbeit dargestellt durch

$$U = C N_n \omega_n^2 r_n^2 \ [l^2 m t^{-2}].$$

C ist daher die Rotationsenergie des mit der Winkelgeschwindigkeit 1 und dem Radius 1 rotierenden Elektrons, hat also die Dimension einer Masse. Infolge dieser Festsetzung über C liefert die Gleichung die Energie in absoluten Einheiten. Das Impulsmoment der n-ten Kugelschale ist daher

$$I = C N_n \omega_n r_n^2 \ [l^2 m t^{-1}].$$

Die Differenz der Impulsmomente zweier aufeinanderfolgender Schalen setze ich dem Wirkungsquantum gleich, in Abweichung von Bohr, welcher hierfür die Differenz, gebildet für ein einzelnes Elektron, verwendet. Damit wird

$$C(N_n \omega_n r_n^2 - N_{n-1}\omega_{n-1} r_{n-1}^2) = h \text{ erg. sec}$$

oder wegen (1) und (2)

$$2C\sqrt{\frac{e^2 k^3}{m}}\left(\sqrt{r_n^7} - \sqrt{r_{n-1}^7}\right) = \frac{h}{4\pi^2} \ [l^2 m t^{-1}].$$

Mithin

$$r_n = \sqrt[7]{\left(\sqrt{r_{n-1}^7} + \frac{h}{8\pi^2 C}\sqrt{\frac{m}{e^2 k^3}}\right)^2} \text{ cm}.$$

Für

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \ [l^2 m t^{-1}]$$
$$C = 0{,}451 \cdot 10^{-27} \ [m]$$
$$m = 0{,}902 \cdot 10^{-27} \ [m]$$
$$e = 4{,}774 \cdot 10^{-10} \ [l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}]$$
$$k = 1{,}7 \cdot 10^{15} \ [l^{-2}],$$

ergibt sich

$$r_n = \sqrt[7]{(\sqrt{r_{n-1}^7} + 0{,}1659 \cdot 10^{-27})^2} \ [l] \qquad (3)$$

oder

$$r_n = \sqrt[7]{[\sqrt{r_1^7} + (n-1)0{,}1659 \cdot 10^{-27}]^2}. \qquad (4)$$

Die Masse habe ich in meiner früheren Arbeit zu

$$m = K N \omega$$

angesetzt. Dabei war jedoch im Gegensatz zu (2) ω als unabhängig von der Zahl der auf einer Kugelfläche rotierenden „Atome" angenommen. Konsequenterweise muß daher jetzt

$$m = K\sqrt{N}\,\omega$$

gesetzt werden. Dies folgt aus Gleichung (2). Denn hat von N-„Atomen", deren jedes, für sich allein bestehend, mit derselben Winkelgeschwindigkeit und folglich mit demselben Radius rotiert, jedes dieselbe Masse, so haben die N-„Atome", zu einer Molekel mit dem gleichen Radius vereinigt, wegen (2) im Vergleich mit einem einzigen „Atom" die $N\sqrt{N}$-fache Masse, was der Erfahrung widerspricht. Damit die Masse, wie die Erfahrung es verlangt, die N-fache wird, muß

$$m = K\sqrt{N}\,\omega \qquad \left[\frac{mt}{t}\right] = [m]$$

gesetzt werden. K ist also die Masse des mit der Winkelgeschwindigkeit 1 rotierenden „Atoms", hat also die Dimension $[mt]$. Wegen (2) ist die Masse der n-ten Kugelschale

$$m_n = K\sqrt{(4\pi k)^2 \frac{e^2}{m}} \cdot \sqrt{r_n} \qquad (6)$$

oder wegen (4)

$$m_n = K\sqrt{(4\pi k)^2 \frac{e^2}{m}} \times \sqrt[7]{\sqrt{r_1^7} + (n-1)0{,}1659 \cdot 10^{-27}}\ \text{g}.$$

Nimmt man als erstes Element den Wasserstoff, dessen Molekel nach der Formel

$$r = \sqrt[3]{\frac{A}{5{,}61 \cdot 10^{22} \cdot 4\sqrt{2}}}$$

den Radius $r_1 = 1{,}727 \cdot 10^{-8}$ cm besitzt, so wird

$$m_n = K\sqrt{(4\pi k)^2 \frac{e^2}{m}} \times \sqrt[7]{\sqrt{1{,}727^7} + (n-1) \cdot 1{,}659]\,10^{-28}}$$

$$m_n = K\sqrt{(4\pi k)^2 \frac{e^2}{m}} \cdot 7{,}196 \cdot 10^{-5} \times \sqrt[7]{67{,}7 + (n-1)\,16{,}59}.$$

Die Masse der Molekel aus n-Schalen ist

$$M_n = \sum_1^n m_n = K \sqrt{(4\pi k)^2 \frac{e^2}{m}} \cdot 7{,}196 \cdot 10^{-5} \times \sum_1^n \sqrt[7]{67{,}7 + (n-1)\,16{,}59}.$$

Für

$$n = 1 \qquad m_1 = \frac{1}{61 \cdot 10^{22}}\,\mathrm{g}$$

ergibt sich

$$K = 3{,}7 \cdot 10^{-41}\ \mathrm{g \cdot sec}.$$

Damit wird

$$M_n = \sum_1^n m_n = 0{,}8979 \cdot 10^{-24} \times \sum_1^n \sqrt[7]{67{,}7 + (n-1)\,16{,}59}\ \mathrm{g}.$$

In der folgenden Tabelle enthält Spalte 1 die Ordnungszahlen der Elemente, Spalte 2 die

$$\sum_1^n \sqrt[7]{67{,}7 + (n-1)\,16{,}59},$$

also bis auf den Faktor $0{,}8979 \cdot 10^{-24}$ die Atomgewichte, Spalte 4 die herkömmlichen, experimentell gefundenen Atomgewichte.

Ord.-Zahl	$\sum_1^n \sqrt[7]{67{,}7 + (n-1)\,16{,}59}$	Differenz	Exp. Atomgewicht	Element
1	1,826	−0,818	1,008	*H*
2	3,710	+0,28	3,99	*He*
3	5,043	+1,30	6,94	*Li*
4	7,019	+1,48	9,1	*Be*
5	9,632	+1,37	11,0	*B*
6	11,68	+0,32	12,00	*C*
7	13,76	+0,25	14,01	*N*
8	15,86	+0,14	16,00	*O*
9	18,00	+1,00	19,0	*F*
10	20,15	−0,05	20,2	*Ne*
11	22,33	+0,67	23,00	*Na*
12	24,53	−0,21	24,32	*Mg*
13	26,76	+0,34	27,1	*Al*
14	29,00	−0,70	28,3	*Si*
15	31,26	−0,22	31,04	*P*
16	33,53	−1,46	32,07	*S*
17	35,83	−0,37	35,46	*Cl*
18	38,13	+1,75	39,88	*Ar*
19	40,46	−1,36	39,10	*K*
20	42,80	−2,72	40,07	*Ca*
21	45,15	−1,05	44,1	*Sc*
22	47,52	+0,58	48,1	*Ti*
23	49,90	+1,16	51,06	*V*
24	52,29	−0,29	52,0	*Cr*
25	54,70	+0,23	54,93	*Mn*
26	57,12	−1,28	55,84	*Fe*
27	59,54	−0,57	58,97	*Co*
28	61,99	−3,31	58,68	*Ni*
29	64,44	−0,87	63,57	*Cu*
30	66,90	−1,53	65,37	*Zn*
31	69,37	+0,53	69,9	*Ga*
32	71,86	+0,64	72,5	*Ge*
33	74,35	+0,61	74,96	*As*
34	76,85	+2,35	79,2	*Se*
35	79,30	+0,56	79,92	*Br*
36	81,89	+1,03	82,92	*Kr*
37	84,42	+1,03	85,45	*Rb*
38	86,96	+0,67	87,63	*Sr*
39	89,51	−0,51	89,0	*Y*
40	92,06	−1,46	90,6	*Zr*
41	94,63	−1,13	93,5	*Nb*
42	97,20	−1,2	96,0	*Mo*
43	99,79	—	—	—
44	102,38	−0,68	101,7	*Ru*
45	104,97	−2,07	102,9	*Rh*
46	107,58	−0,88	106,7	*Pd*
47	110,19	−2,31	107,88	*Ag*
48	112,81	−0,41	112,40	*Cd*
49	115,44	−0,64	114,8	*In*
50	118,07	+0,93	119,0	*Sn*
51	120,71	−0,51	120,2	*Sb*
52	123,36	+4,14	127,5	*Te*
53	126,02	+0,90	126,92	*I*
54	128,68	+1,52	130,2	*X*
55	131,35	+1,46	132,81	*Cs*
56	134,02	+3,35	137,37	*Ba*
57	136,71	+2,29	139,0	*La*
58	139,39	+0,86	140,25	*Ce*
59	142,09	−1,49	140,6	*Pr*
60	144,79	−0,49	144,3	*Nd*
61	147,49	—	—	—
62	150,21	+0,2	150,4	*Sm*
63	152,93	−0,93	152,0	*Eu*
64	155,65	+1,65	157,3	*Gd*
65	158,38	+0,82	159,2	*Tb*
66	161,11	+1,39	162,5	*Dy*
67	163,86	−0,36	163,5	*Ho*
68	166,60	+1,10	167,7	*Er*
69	169,36	−0,86	168,5	*Tu*
70	172,11	−0,11	172,0	*Yb*
71	174,88	−0,88	174,0	*Lu*
72	177,64	—	—	—
73	180,42	+1,08	181,5	*Ta*
74	183,20	+0,80	184,0	*W*
75	185,98	—	—	—
76	188,77	+2,13	190,9	*Os*
77	191,56	+1,54	193,1	*Ir*
78	194,36	+0,84	195,2	*Pt*
79	197,17	+0,03	197,2	*Au*
80	199,98	+0,62	200,6	*Hg*
81	202,79	+1,21	204,0	*Tl*
82	205,61	+1,49	207,10	*Pb*
83	208,43	−0,43	208,8	*Bi*
84	211,26	−0,76	210,5	*Po*
85	214,09	—	—	—
86	216,93	—	—	—
87	219,17	—	—	—
88	222,61	—	—	—
89	225,47	—	—	—
90	228,32	—	—	—
91	231,18	—	—	—
92	234,05	—	—	—

Die Reihe der Zahlen in Spalte 2 stellt im ganzen Intervall der bekannten Atomgewichte den Gang richtig dar. Sie steht aber auch in einem inneren Zusammenhang mit dem Bau der Elemente. Wie Spalte 3 zeigt, welche die Differenzen dieser — der idealen — Atomgewichte gegenüber den wirklichen enthält, sind diese Differenzen nicht nach dem Zufall über die Reihe zerstreut, sondern es wechseln Reihen positiver mit Reihen negativer Differenzen ab. Diese Abteilungen sind durch Querstriche voneinander getrennt. Sie halten den Gang des periodischen Systems ein, indem sie durchschnittlich von der 3. Gruppe einer Horizontalreihe bis zur 3. Gruppe der nächsten Horizontalreihe reichen.

Den Grund dieser Erscheinung sehe ich in folgendem: Der Tabellenwert entspricht dem Zustande, in dem die Molekel für sich allein bestehen könnte, der wirkliche Wert entspricht dem Zustande, in dem die Molekel im Verbande mit andern besteht. Beide sind voneinander verschieden, weil im allgemeinen die Schwingungen der „Atome" einer Molekel, jeden Umgang als eine Schwingung betrachtet, nicht in Resonanz mit der Eigenschwingung der Molekel stehen werden. Da die Eigenschwingungen der Molekeln mit steigendem Atomgewicht schneller erfolgen, so können die beiden Schwingungen nicht miteinander übereinstimmen, sondern es entsteht eine Spannung, welche die Rotationsgeschwindigkeit zu vergrößern sucht, und die in dem Maße wächst, als die Schwingungen der „Atome" hinter der Eigenschwingung der Molekel zurückbleiben. Statt die auf eine Eigenschwingung entfallende Zahl von „Atom"schwingungen um $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$ usf. eines Umlaufes zu vergrößern, könnten die „Atome" jedoch auch durch Zurückbleiben um $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$ usf. zur Resonanz gelangen. Die in diesem Hinblick gültige Spannung, welche die Rotationsgeschwindigkeit zu verlangsamen suchen würde, muß daher, wenn wir die zuerst besprochene positiv rechnen, negativ gerechnet werden. Die Folge der Spannung ist eine Änderung der Dichte innerhalb der Molekel, indem diese bei Vergrößerung der Spannung zusammengedrückt wird, bei Nachlassen der Spannung — wenn die Eigenschwingung der Molekel die Rotationsgeschwindigkeit wieder zu vermindern sucht — sich wieder ausdehnt. Demnach wäre die Spannung normal oder konträr zu rechnen, je nachdem die Dichte der Molekel ihr entspricht oder nicht. Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, ist die Valenzreihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 normal für die Reihen des periodischen Systems III, V und die erste Hälfte von VII, fortgesetzt durch die zweite Hälfte von VIII, also die durch die Elemente der seltenen Erden unterbrochene Reihe. Die dazu gehörigen Kontravalenzen sind -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1. Die Valenzreihe 1, 2, 3, 4, -3, -2, -1 ist normal für die Reihen des periodischen Systems I und II. Die dazu gehörigen Kontravalenzen sind -7, -6, -5, -4, $+5$, $+6$, $+7$. Die Valenzreihe -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1 ist normal für die Reihen des periodischen Systems IV, VI und IX. Die dazu gehörigen Kontravalenzen sind 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Der Vorgang der Verbindung zweier Elemente würde darin bestehen, daß die Spannung sich ausgleicht. Sucht die Spannung die Rotationsgeschwindigkeit beider Elemente im selben Sinne zu ändern, so ist die Spannung gleich der Differenz der absoluten Beträge der Valenzen, im gegenteiligen Fall ist sie gleich der Differenz der algebraischen Werte der Valenzen zu setzen. Diese Ansicht findet ihre Bestätigung in der Anwendbarkeit auf die von mir abgeleitete Formel[1]), welche die Wärmetönung bei der Verbindung zweier Elemente richtig ergibt, wenn die Spannung auf die angegebene Weise berechnet wird.

Damit ist derselbe Zusammenhang auf Resonanzerscheinungen zurückgeführt, den kürzlich Sommerfeld[2]) mit der wachsenden Kernladung und der unter ihrem Einfluß stattfindenden Zusammenziehung des äußersten Elektronenringes erklärt hat.

Gleichviel jedoch, ob die Schwingungen der „Atome" und die Eigenschwingungen der Molekeln in Resonanz stehen oder nicht, so muß das Verhältnis p der Schwingungszahlen der Eigenschwingungen der Molekeln und der Schwingungen der „Atome" in der Zahl der während einer Periode der Atomschwingungen einen bestimmten Punkt passierenden „Atome" ganzzahlig enthalten sein. Dieses Verhältnis ist für jede einzelne Kugelschale und zwar in bezug auf die Eigenschwingung der ganzen Molekel, zu bilden. Von vornherein wird die Ganzzahligkeit nie zutreffen und gerade hierin erblicke ich die Ursache davon, daß die idealen Atomgewichte mit den wirklichen nicht genau übereinstimmen. Ist die letztgenannte Zahl nahezu ganz, ist die Zahl der Atomdurchgänge aber etwas zu klein, so muß die Winkelgeschwindigkeit und damit die Masse der Molekel in entsprechendem Verhältnis zunehmen. Für die entsprechende Schale des im periotlischen System folgenden Elementes

1) Diese Zeitschr. 20, 330, 1919.

2) A. Sommerfeld, Über die Entdeckung der Quanten. Zu M. Plancks 60. Geburtstag. S. 26. 1918. Karlsruhe i/B., C. F. Müller.

ist dies um so mehr der Fall, da die Zahl der „Atom"durchgänge langsamer wächst als p. Dies wird solange fortgesetzt, bis durch eine geringere Verlangsamung der Rotationsgeschwindigkeit die nächst untere Zahl erreicht wird, in welcher p ganzzahlig enthalten ist, als dies durch Beschleunigung bezüglich der nächst oberen Zahl möglich wäre. Hier wechselt also die Differenz, falls die Rotation sämtlicher Kugelschalen sich im selben Sinn ändert, das Vorzeichen. Da die gleichzeitige Änderung im selben Sinn jedoch im allgemeinen nicht stattfinden wird, so werden kleinere Änderungen der durchschnittlichen Winkelgeschwindigkeit mit größeren abwechseln. Es wird daher auf 2 nahe beieinander liegende Atomgewichte ein weiteres in größerem Abstand folgen. Dies ist gerade das Bild, das die Atomgewichtsreihe auf weite Strecken darbietet. Demgegenüber scheint die Meinung, welche die Ursache der Unregelmäßigkeiten im Gang der Atomgewichte — also die Abweichungen von irgendeiner idealen Reihe — im Vorhandensein von Isotopen erblickt, nicht standhalten zu können. Denn dann wären die Abweichungen zufällig, nämlich von Alter und Herkunft der Elemente abhängig. Sie sind aber eine periodische Funktion der Atomgewichte. Damit ist der Zufall ausgeschlossen.

Zusammenfassung.

Auf Grund quantentheoretischer Überlegungen und des von mir in einer früheren Arbeit aufgestellten Ansatzes über die Masse wird eine ideale Reihe der Atomgewichte abgeleitet, deren Gang mit dem der Reihe der wirklichen Atomgewichte bis ans Ende übereinstimmt. Die Differenzen der idealen und der wirklichen Atomgewichte sind eine periodische Funktion des Atomgewichtes. Die Ursache hiervon wird in den Verhältnissen der Eigenschwingung der Molekeln und der Schwingungen ihrer „Atome" gesehen.

Freiburg i. B., Juli 1919.

(Eingegangen 28. Juli 1919.)

BESPRECHUNGEN.

O. Lehmann, Die Lehre von den flüssigen Kristallen und ihre Beziehung zu den Problemen der Biologie. gr. 8°. 254 S., m. 572 Abbildungen. (Sonderabdruck aus den „Ergebnissen der Physiologie" von L. Asher u. K. Spiro, Bd. 16, S. 255—509, 1917). Wiesbaden, J. F. Bergmann. 1918. M. 15.—

Wer eine kurz gefaßte, klar und reich gegliederte (50 Kapitel) Übersicht über das Verhalten und die Eigentümlichkeiten der sogenannten flüssigen Kristalle und über O. Lehmanns diesbezügliche Auffassungen zu besitzen wünscht, der schaffe sich diesen Separatabdruck an, der mit vorzüglichen Abbildungen, besonders Mikrophotographien, ausgestattet ist.

Der spezifisch physikalische Inhalt braucht hier nicht näher referiert zu werden, da der Autor selbst ein Autoreferat mit 77 Abbildungen in dieser Zeitschrift (19. Jahrg., S. 73—80 u. 88—100) veröffentlicht hat. Die Ähnlichkeitsbeziehungen zu biologischen Objekten und Problemen werden in der Einleitung (8 Seiten) und im Schlußkapitel (7 Seiten) zusammengestellt; das übrige (239 Seiten) ist rein physikalisch, herrscht also stark vor.

Wenn O. Lehmann unter dem Eindruck der von ihm seit Jahren mit rastloser Energie studierten flüssigen Kristalle auch die lebendige Substanz als eine flüssig kristallinische angesehen wissen will und wenn er die, von den Biologen vertretene, Kolloidnatur der organismischen Substanz[1]) abstreiten zu dürfen glaubt, weil in kolloidalen Stoffen alle Richtungen gleichwertig sind, während die Lebensvorgänge in strengster Abhängigkeit von bestimmten Richtungen verlaufen, und hierdurch eine Anisotropie voraussetzen, wie sie angeblich nur bei Kristallen zu finden sei, so kann dem allerdings keinesfalls beigepflichtet werden. Einer intimeren Analogisierung mit Kristallen widersetzt sich die organismische Substanz allein schon dadurch, daß ein Kristall — auch ein Mischkristall oder ein flüssiger Kristall — aus lauter gleichwertigen, homomorphen Elementareinheiten besteht, daß aber die organische Substanz im höchsten Grade „heteromorph", auch schon in ihrem kleinsten Elementarteilchen, aufgebaut sein kann und daß all ihre Teile in stetem Stoffwechselflusse begriffen sind. Die von Lehmann für das Organismische verlangte Anisotropie ist allein schon in der nach verschiedenen Richtungen hin fraglos verschiedenen chemischen (und dadurch auch meist chemisch-physikalischen) „Ungleichheit" der organismischen Kleinbestandteile zwanglos gegeben. Die organismische Substanz ist zwar ganz ohne Frage kein „homomorphes" Kolloid, das Lehmann bei seinem Einwand im Auge hatte, sondern sie muß als ein „heteromorphes" Kolloid angesehen werden, und sie hat als solches heteronome Pole. In dieser Beziehung wird die Schrift nur durch Widerspruch von seiten der Biologen klärend wirken können, dagegen ist sie auch für den Biologen in all denjenigen zahlreichen Beziehungen von direkt aufklärendem Werte, in denen der Organismus unmittelbar oder auf Umwegen, optisch in ähnlicher Weise wie bei den flüssigen Kristallen orientierte, kristallinische Bildungen — z. B. Schwammnadeln, Kalkschalen usw. usw. — abzuscheiden vermag. Also auch der Biologe wird mit diesem Buche auf seine Rechnung kommen. Rhumbler.

1) Die „lebende" organische Substanz wird neuerdings als „organismische" bezeichnet. (Ref.)

K. Fajans, Radioaktivität und die neueste Entwickelung der Lehre von den chemischen Elementen. (Sammlung Vieweg, Heft 45.) gr. 8°. VIII, 112 S. Mit 7 Abbildungen, 10 Tabellen und einem Nachtrage. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. M. 4.—

Heft 45 der Sammlung Vieweg schneidet ein Gebiet an, das zu den interessantesten, wichtigsten und noch im lebhaftesten Flusse befindlichen Fragen gehört, die die Physik und Chemie beschäftigen. — Der Verlag hat zur Bearbeitung derselben einen Mann gewonnen, der als der Berufenste hierzu angesehen werden muß. — Die Bedeutung des Buches von H. Fajans ist durch den zweiten Teil des Titels gekennzeichnet; es ist die Darstellung der Wandlungen, die der Elementbegriff durch die Erforschung der Radioaktivität erfahren hat.

Nach einer sehr gedrängten Übersicht über die Haupttatsachen der Radioaktivität wird die Stellung der Radioelemente im periodischen System unter Bezugnahme auf die drei Reihen des Urans, Thoriums und Actiniums festgelegt. Es folgt die Aufstellung der beiden vom Verfasser und Soddy gefundenen Verschiebungssätze, nach denen der Ort eines Radioelements im System aus dem gegebenen Orte seines unmittelbaren Verfahrens und der Natur der Umwandlung, ob α- oder β-Strahler, eindeutig bestimmt wird. Die Häufung mehrerer Elemente verschiedenen Atomgewichts an derselben Stelle des Systems führt zu dem Begriffe der Isotopen und ihrer Gesamtheit, der Plejade, deren Glieder hinsichtlich der chemischen Eigenschaften und des Spektrums sich wie ein einheitliches Element verhalten. Es gibt demnach Elemente von gleichem chemischen Typus, z. B. dem des Bleies, aber verschiedenen Arteigenschaften, welch letztere von der Verschiedenheit der Atommasse abhängen, z. B. die Dichte im festen Zustande, bei Radioelementen auch in Unterschieden der Zerfallsgeschwindigkeit bestehen können. — Als Beispiel von Isotopen außerhalb der radioaktiven Reihen wird der Fall des Neons und Metanneons ausgeführt, die sich durch ihr Verhalten im Kanalstrahlenrohr bei kombinierter magnetischer und elektrischer Ablenkung nach J. J. Thomsons Methoden unterscheiden lassen. — Da somit durch Einreihung der Radioelemente in das periodische System sich herausstellt, daß es Elemente von chemisch identischem Charakter gibt, deren Atomgewichte erheblich verschieden sind, so kann das Atomgewicht nicht als Hilfsmittel der Systematik der Elemente beibehalten werden. An seine Stelle tritt die Ordnungszahl, die nach dem Verfahren von Moseley und Siegbahn vermittelst der Wellenlängen entsprechender Linien ihrer charakteristischen Röntgenstrahlung bestimmt wird. Das Verständnis dieser Zusammenhänge gibt uns das Bohrsche Atommodell; es führt zu der Vorstellung von A. van dem Brock, daß die Ordnungszahl eines Elementes übereinstimmt mit seiner Kernladung (ausgedrückt in elektrischen Elementarquanten), und ermöglicht die Erklärung des Moseleyschen Zusammenhanges zwischen Kernladung und charakteristischer Röntgenstrahlung. Um dem durch die Entdeckung der Isotopie gemachten Tatbestande Rechnung zu tragen, ist eine neue Definition des Elementbegriffs erforderlich. Nach Vorschlag des Verfassers, dem man zustimmen kann, ist eine zweckmäßige Fassung die: Ein chemisches Element ist ein Stoff, der durch kein Mittel in einfachere Bestandteile zerlegt und nicht als Gemisch anderer Stoffe erkannt werden kann. (Hiernach sind die Isotopen als „Elemente" im eigentlichen Sinne zu betrachten.)

Die Umwandlung der Radioelemente hat sich somit als von grundlegender Bedeutung auch für die Lehre von den stabilen Elementen erwiesen. Nur wenige Fälle gibt es noch, in denen die neuen Vorstellungen nicht ausreichen. Auf einen dieser Mängel sei noch besonders hingewiesen. Die Radioaktivität der Alkalimetalle Kalium und Rubidium steht noch außer Zusammenhang mit den übrigen Erscheinungen dieser Art.

In einem Anhange wird die neueste Entdeckung Rutherfords besprochen, nach der aus Stickstoffmolekülen durch α-Strahlenbombardement Teilchen abgespalten werden, die mit H-Atomen identisch zu sein scheinen. Es ist noch nicht abzusehen, zu welchen weiteren Ergebnissen die durch diese Entdeckung eingeleitete neueste Phase der Radiochemie führen wird.

Da sich das Buch bei seinem tiefen Inhalt leicht lesen läßt, so kann es nur auf das wärmste empfohlen werden.

Karl Bergwitz.

J. Peters, Siebenstellige Werte der trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Grades. Bearb. im Auftr. der optischen Anstalt C. P. Goerz A.-G. 8°. 376 S. Berlin-Friedenau, C. P. Goerz. — Gustav Engelmann. 1918. M. 48.—

Die Peterssche Tafel wird all denen sehr willkommen sein, die die Vorteile der Rechenmaschine kennen und sie wird dazu beitragen den Gebrauch der Rechenmaschine zu verbreiten, die noch lange nicht die Stellung errungen hat, die ihr gebührt. Die Feldmesser bedienen sich für die Ausführung ihrer Polygonzüge mit der Rechenmaschine der von W. Jordan 1897 herausgegebenen siebenstelligen Tafel der Sinus und Kosinus von 10″ zu 10″, die auch für neue Teilung mit dem in 100 Teile geteilten rechten Winkel eingerichtet ist. Ferner hat der verdiente Fr. Sossna das Manuskript einer sechsstelligen Tafel der trigonometrischen Funktionen hinterlassen, die hoffentlich bald im Druck erscheinen wird. Sossnas Werk wird durch die Peterssche Tafel keineswegs überflüssig, weil es durch die Beschränkung auf sechs Stellen einen kleineren Umfang hat und weil es zu den vier trigonometrischen Funktionen der Petersschen Tafeln noch Secans und Cosecans hinzufügt. Für die Rechenmaschine sind diese beiden Funktionen nicht gut entbehrlich, weil die Multiplikation mit Secans und Cosecans rascher ausgeführt werden kann als die Division mit Cosinus und Sinus. Die Petersssche Tafel hat die Einteilung des rechten Winkels in neunzig Teile beibehalten, teilt aber jeden Grad dezimal. Die Dezimalteilung des Grades ist beim Gebrauch der Rechenmaschine unerläßlich, um auch Winkel mit der Rechenmaschine zu addieren und zu subtrahieren, ohne Grade, Minuten und Sekunden ineinander umrechnen zu müssen. Für jedes Tausendstel eines Grades werden im ersten Teil des Werkes die Sinus, im zweiten Teil die Tangenten gegeben. Die Anordnung ist dabei eine ähnliche wie die in den Tafeln der Zahlenlogarithmen gebräuchliche. Jede aufgeschlagene Doppelseite gibt die Werte für die tausend Tausendstel eines Grades. Jedem Hundertstel eines Grades entspricht eine Zeile und die Zahlen ordnen sich nach den Tausendsteln in Kolonnen. Die Hundertstel sind am linken Rande verzeichnet, während am rechten Rande deren Komplemente abgelesen werden, durch die man also die Kosinus und Kotangenten ermittelt. Ein Nachteil dieser An-

ordnung ist, daß die beiden komplementären Funktionen Sinus und Kosinus oder Tangens und Kotangens desselben Winkels voneinander getrennt sind und also nicht gleichzeitig aufgeschlagen werden. Bei sehr vielen Rechnungen aber (z. B. bei Polygonzügen) braucht man gleichzeitig beide Funktionen desselben Winkels und wird daher durch diese Anordnung der Tafel Zeit verlieren. Man hätte ohne weitere Änderung die Tafel auch so anordnen können, daß jede aufgeschlagene Seite die beiden komplementären Funktionen für einen halben Grad enthalten hätte.

Die siebente Dezimale ist in der Tafel nicht mit der in Logarithmentafeln üblichen Genauigkeit ermittelt derart, daß der Tabellenwert nirgends mehr als eine halbe Einheit der siebenten Dezimale von dem wahren Werte abwiche. Die Abweichung geht vielmehr in der vorliegenden Tafel bei den Sinuswerten bis zu + 0,65, bei den Tangentenwerten bis + 0,85 Einheiten der siebenten Dezimale. Für die Berechnung wird dadurch viel Mühe gespart, während der Nachteil für die Benutzung unwesentlich ist. Die Ausstattung des Buches läßt nichts zu wünschen übrig. Das Papier ist vorzüglich, die Typen lesbar, der Druck klär und kontrastreich. C. Runge.

Briefkasten.

Wie groß ist der Mond?

Zu dieser vieldiskutierten Frage, die meist beantwortet wird „so groß wie ein Teller", sowie einigen damit zusammenhängenden Problemen sind in letzter Zeit wiederum eine Reihe von Äußerungen erfolgt[1]). Ich möchte mir gestatten hierzu auf eine einfache Beobachtung hinzuweisen, deren Beschreibung ich bisher nirgends gefunden habe, die mir aber in Hinsicht der gestellten Fragen wesentlich erscheint. Betrachtet man den Mond oder irgendeinen anderen nicht zu nahen Gegenstand durch ein Loch von etwa ½ bis 1 cm Durchmesser, beispielsweise durch die vor das Auge gebrachte hohle Faust, so erscheint der Gegenstand wesentlich — schätzungsweise um ein Drittel — verkleinert, was besonders auffallend wirkt, wenn man das Loch oder den Kanal, durch den man blickte, rasch entfernt. Das Loch ist dabei so groß, daß der geometrische Strahlengang nicht beeinflußt wird. Um Irradiationserscheinung handelt es sich dabei nicht, wie man dies beispielsweise auch bei Anstellung des Experimentes an einem am Tageshimmel erscheinenden Mond, oder überhaupt an dunklen Gegenständen zeigen kann. Um eine durch die zwischen dem beobachteten Gegenstand und dem Beschauer gelegenen Objekte beeinflußte Größeneinschätzung handelt es sich auch nicht, denn wenn man beispielsweise den Mond oder Türme oder Rauchfänge wählt, einmal so, daß der Vordergrund mitgesehen wird, das andre Mal, daß er abgeblendet ist, so bleibt dies ohne Einfluß. Ich habe den Eindruck der Gegenstandsverkleinerung, wenngleich in geringerem Ausmaße, auch schon bei Schließen des einen Auges, bzw. der Vergrößerung beim Öffnen des zweiten, doch bringt das zweiäugige Sehen gegenüber dem einäugigen eine Reihe von Komplikationen, so daß ich der Realität dieser Erscheinung nicht ganz sicher bin; beim teilweisen Zukneifen eines Auges, während das andere geschlossen ist, erfolgt die Verkleinerung deutlich. Es scheint mir zweifelhaft, ob es sich hierbei überhaupt um eine physikalische oder eine psychophysiologische Frage handelt, und ich erbitte eventuelle Aufklärung.

Wien, den 6. Februar 1920.

Stefan Meyer.

(Eingegangen 10. Februar 1920.)

1) Zum Beispiel H. Witte, diese Zeitschr. 19, 142, 1918; 20, 61, 114, 126, 368, 389, 439, 470, 1919; O. Baschin, Die Naturw. 7, 510, 1919; F. Zweifel, Die Naturw. 7, 937, 1919.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet, die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. W. Eller für Chemie.

Ernannt: Lektor M. Metzner an der Universität Dijon zum Professor der angewandten Chemie an derselben Hochschule, der Privatdozent für physikalische Grundlagen der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Charlottenburg Dr. Salomon Kalischer zum ord. Honorarprofessor ebendaselbst, Professor Dr. Samuel Smiles in New Castle zum Professor am Kings College in London (an Stelle von Prof. A. W. Crossley), Dr. Maximilian Tuch zum Professor für angewandte Chemie, speziell Harze, Öle und Malerfarben am Cooper Institute in New York, der Begründer der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt in Berlin-Adlershof Professor Dr.-Ing. Friedrich Bendemann zum Geh. Regierungsrat und Vortragenden Rat im Verkehrsministerium in Berlin, der ord. Professor der Astronomie an der Universität Straßburg Dr. Julius Bauschinger in gleicher Eigenschaft an der Universität Leipzig.

Berufen: Der Privatdozent für Physik an der Universität Göttingen Dr. Paul Scherrer an die Technische Hochschule Zürich, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Leipzig Dr. Gustav Herglotz in gleicher Eigenschaft an die Universität Berlin.

Gestorben: Der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Dresden Geheimer Rat Dr. Martin Krause, der a. o. Professor der technischen Chemie an der Universität Königsberg Dr. Reinhart Blochmann, der Privatdozent für Pharmakochemie an der Tierärztlichen Hochschule Dresden und Direktor der chemischen Fabrik Heifenberg Professor Dr. Karl Dieterich, Lucien Poincaré, Mitglied der Hochschule für Elektrizität und Generalinspekteur der öffentlichen Erziehung in Paris.

Angebote.

Am **Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Aachen** ist die Stelle des

dritten Assistenten

zu besetzen. Die Tätigkeit besteht im wesentlichen in Praktikumsunterricht. Bewerber mit abgeschlossenem Studium wollen sich brieflich unter Angabe der Personalien und ihres Bildungsganges an den unterzeichneten Institutsleiter wenden.

Prof. Dr. H. Starke.

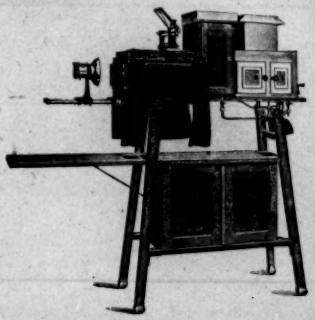
Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

MAX KOHL A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Große Preise; Turin 1911: 2 Große Preise; Dresden 1911: Großer Preis.



Kleines Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

PHYWE

Physikalische Werkstätten, G.m.b.H.
Göttingen 1 bauen als Sondererzeugnis

Sämtliche Apparate zur Einführung in das Gebiet der elektrischen Schwingungen sowie Demonstrations- und Spiegelgalvanometer

in einfachen, besonders preiswürdigen Ausführungsformen.

Man verlange Preisblätter.

Physiker oder Ingenieur

mit abgeschlossener Hochschulbildung von größerer Firma für Laboratoriumsarbeiten auf dem Gebiet der Hochfrequenztechnik gesucht. Die Stellung ist bei Bewährung entwicklungsfähig und dauernd. Ausführliche Bewerbungen mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften und Gehaltsforderung erbeten unter **S. H. 561** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift ⟨S. Hirzel⟩ in Leipzig, Königstraße 2.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

Seite

Atomkern: Betrachtungen über den radioaktiven Zerfall des —, v. H. Th. Wolff 175
Debye, P., Die van der Waalsschen Kohäsionskräfte 178
Gehrcke, E., Über ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. V. 172
Geipel, H., Die Transformation des wirklichen Raumes in den Sehraum 169
Hahnemann, W., u. **H. Hecht**, Die Grundform des mechanisch-akustischen Schwingungskörpers. (Der Tonpilz) 187
Hecht, H., u. **W. Hahnemann**, Die Grundform des mechanisch-akustischen Schwingungskörpers. (Der Tonpilz) 187
Kohäsionskräfte: Die van der Waalsschen —, v. P. Debye 178
Körper: Einführung in die Mechanik deformierbarer —, v. M. Planck. (B.) 192
Lichtemission: Über ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. V., v. E. Gehrcke 172
Planck, M., Einführung in die Mechanik deformierbarer Körper. (B.) 192
Radioaktiver Zerfall: Betrachtungen über den — des Atomkernes, v. H. Th. Wolff 175
Raum: Die Transformation des wirklichen — in den Sehraum, v. H. Geipel 169

Seite

Schwingungskörper: Die Grundform des mechanisch-akustischen — (Der Tonpilz), v. W. Hahnemann u. H. Hecht 187
Sehraum: Die Transformation des wirklichen Raumes in den —, v. H. Geipel 169
Tonpilz: Die Grundform des mechanisch-akustischen Schwingungskörpers (Der —), von W. Hahnemann u. H. Hecht 187
Transformation: Die — des wirklichen Raumes in den Sehraum 169
van der Waalsschen Kohäsionskräfte: Die —, v. P. Debye 178
Wolff, H. Th., Betrachtungen über den radioaktiven Zerfall des Atomkernes 175

Molekularpumpe

(Gaede), wenig gebraucht, tadellos erhalten, komplett mit Antriebsmotor (220 Volt Gleichstrom) preiswert

zu verkaufen.

Off. befördert unter **R. V. 7620** Rudolf Mosse, Berlin W. 35, Potsdamerstraße 33.

Physiker oder Ingenieur

mit abgeschlossener Hochschulbildung von größerer Firma für Laboratoriumsarbeiten auf dem Gebiet der Hochfrequenztechnik gesucht. Die Stellung ist bei Bewährung entwicklungsfähig und dauernd. Ausführliche Bewerbungen mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften und Gehaltsforderung erbeten unter **S. H. 561** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift ⟨S. Hirzel⟩ in Leipzig, Königstraße 2.

Eingegangene Bücher.

(Eingehende Besprechung vorbehalten. Rücksendung nicht besprochener Bücher erfolgt in keinem Falle.)

Scheffers, G., Lehrbuch der Mathematik. Für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik. Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Vierte verb. Aufl. 8°. X u. 746 S. m. 478 Figuren. Berlin u. Leipzig, Vereinigung wiss. Verleger W. de Gruyter & Co. 1919. Geheftet M. 42.—, geb. M. 46.—.

—, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 2 Bände. Erster Band. 8°. XI u. 423 S. m. 402 Figuren. Berlin, Julius Springer. 1919. Geheftet M. 26.—, geb. M. 30.60.

Schiebold, E., Die Verwendung der Lauediagramme zur Bestimmung der Struktur des Kalkspates. Des 36. Bandes der Abhandl. d. math.-physikalischen Klasse d. Sächs. Akad. der Wiss., Nr. 2. S. 69—213. Lex. Mit 46 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1919. M. 6.—.

Schweidar, W., Die Polbewegung in Beziehung zur Zähigkeit und zu einer hypothetischen Magmaschicht der Erde. Veröffentlichung des preuß. geodätischen Institutes. N. F. Nr. 79. Berlin, P. Stankiewicz, Buchdr. G. m. b. H. 1919.

Stettbacher, A., Die Schieß- und Sprengstoffe. 8°. IX u. 326 S. Mit 141 Abb. im Text. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1919. M. 32.—.

Valentiner, S., Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung. Sammlung Vieweg, Heft 15. Zweite Auflage. 8°. X u. 92 S. m. 8 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1919. M. 3.60 u. Teuerungszuschlag.

Vom Altertum zur Gegenwart. Die Kulturzusammenhänge in den Hauptepochen und auf den Hauptgebieten. Skizzen von F. Boll, A. Curtius, A. Dopsch, E. Fraenkel, W. Goetz, E. Goldbeck, P. Hensel, K. Holl, I. Ilberg, W. Jaeger, H. Lietzmann, E. v. Lippmann, A. v. Martin, E. Meyer, L. Mitteis, C. Müller, E. Norden, I. Partsch-Freiburg i. B., I. Partsch-Leipzig, A. Rehm, G. Roethe, W. Schulze, E. Spranger, H. Stadler, M. Wundt, I. Ziehen. 8°. 308 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1919. Geheftet M. 9.—, geb. M. 10.50.

Walden, P., Die Pflege der Chemie in den baltischen Landen. Baltische Bücherei, Bd. 36. kl. 8°. 42 S. Berlin, Fritz Würtz. 1919. M. 2.50.

Wanach, B., Die Chandlersche und die Newcombesche Periode der Polbewegung. Veröffentl. d. Zentralbureaus der intern. Erdmessung. N. F. Nr. 34. Berlin, P. Stankiewicz. 1919.

Wegweiser durch die Arbeiten des Verbandes Deutscher Elektrotechniker (V. D. E.). Ausgabe Juni 1919. 8°. 53 S. Berlin, Julius Springer. 1919. M. 2.—.